# 数学Ⅰ・数学A

| 問　題 | 選　択　方　法 |
|---|---|
| 第1問 | 必　　答 |
| 第2問 | 必　　答 |
| 第3問 | いずれか2問を選択し，解答しなさい。 |
| 第4問 | |
| 第5問 | |

## 数学Ⅰ・数学A 　(注) この科目には，選択問題があります。(21ページ参照。)

## 第1問 (必答問題) (配点　30)

〔1〕

(1) $k = \dfrac{6}{\sqrt{3}+1}$ とする。分母を有理化すると

$$k = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}} - \boxed{\text{ウ}}$$

となる。また，$k$ の整数部分は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) $x$ に関する不等式

$$6 \geqq |(\sqrt{3}+1)x - 12|$$

を解くと

$$\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}} - \boxed{\text{キ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$$

となり，この不等式を満たす整数は全部で $\boxed{\text{サ}}$ 個ある。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔2〕

(1) 次の $\boxed{シ}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

命題A「$a$が無理数で $1 + a^2 = b^2$ ならば，$b$ は無理数である」

命題B「$a$が有理数で $1 + a^2 = b^2$ ならば，$b$ は有理数である」

の真偽について正しいものは，$\boxed{シ}$ である。

⓪ 命題Aは真，命題Bは真

① 命題Aは真，命題Bは偽

② 命題Aは偽，命題Bは真

③ 命題Aは偽，命題Bは偽

(2) 次の $\boxed{ス}$，$\boxed{セ}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

実数 $a$，$b$ について述べた文のうち，正しいものは $\boxed{ス}$，$\boxed{セ}$ である。

⓪ $a - 1 \leqq b \leqq a + 1$ は，$a = b$ であるための十分条件である。

① $a - 2 \leqq b \leqq a + 2$ は，$a - 1 \leqq b \leqq a + 1$ であるための必要条件である。

② 命題「$a - 1 \leqq b \leqq a + 1 \Longrightarrow (a = 1$ かつ $b = 1)$」の逆は「$(a = 1$ または $b = 1) \Longrightarrow a - 1 \leqq b \leqq a + 1$」である。

③ 命題「$a - 1 \leqq b \leqq a + 1 \Longrightarrow (a = 1$ かつ $b = 1)$」の対偶は「$(a \neq 1$ または $b \neq 1) \Longrightarrow (a - 1 > b$ または $b > a + 1)$」である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔3〕 $a$ を定数とし，次の2つの関数を考える。

$$f(x)=(1-2a)x^2+2x-a-2$$
$$g(x)=(a+1)x^2+ax-1$$

(1) 関数 $y=g(x)$ のグラフが直線になるのは，$a=$ $\boxed{\text{ソタ}}$ のときである。このとき，関数 $y=f(x)$ のグラフと $x$ 軸との交点の $x$ 座標は $\boxed{\text{チツ}}$ と $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(2) 方程式 $f(x)+g(x)=0$ がただ1つの実数解をもつのは，$a$ の値が

$$\pm\frac{\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}},\quad \boxed{\text{ノ}}$$

のときである。

## 第2問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 点Aを中心とする半径1の円がある。点Aから距離2の位置にある点Bから円Aに接線を1本引く。その接線と円Aとの接点をCとし，点Dを線分CDが円Aの直径となるようにとる。

このとき

$$\mathrm{BC}=\sqrt{\boxed{\text{ア}}},\quad \mathrm{BD}=\sqrt{\boxed{\text{イ}}},\quad \sin\angle\mathrm{ABC}=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

また，△ABD の外接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。その外接円の中心を O とすると，$\cos\angle\mathrm{BOD} = \dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$，$\dfrac{\sin\angle\mathrm{AOC}}{\sin\angle\mathrm{COD}} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第２問は次ページに続く。）

〔2〕 1組から3組の生徒100人に対し，テストを3回行った。1回目と2回目のテストは100点満点，3回目は200点満点である。

(1) 次の表1および図1は，1回目のテストの組ごとの得点に対する度数分布表および箱ひげ図である。

表 1

| 階　　級 | 1組 | 2組 | 3組 |
|---|---|---|---|
| 45点以上50点未満 | 5 | 3 | 4 |
| 50点以上55点未満 | 4 | 4 | 2 |
| 55点以上60点未満 | 3 | 5 | 10 |
| 60点以上65点未満 | 7 | 1 | 7 |
| 65点以上70点未満 | 7 | 13 | 4 |
| 70点以上75点未満 | 7 | 6 | 5 |
| 75点以上80点未満 | 1 | 1 | 1 |
| 合　　計 | 34 | 33 | 33 |

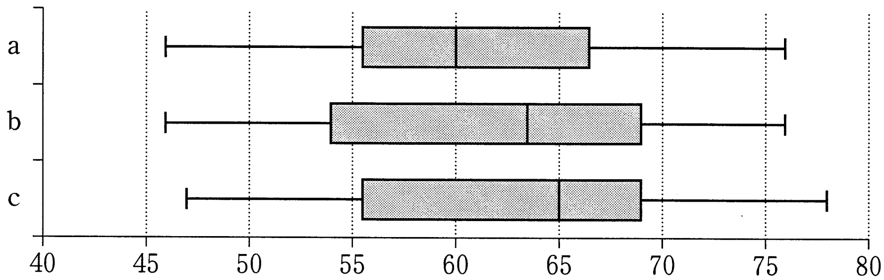



図 1

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

1組から3組の1回目のテストの結果と対応する図1の箱ひげ図の組合せは $\boxed{\text{ス}}$ である。

| | ⓪ | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1組 | a | a | b | b | c | c |
| 2組 | b | c | a | c | a | b |
| 3組 | c | b | c | a | b | a |

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

(2) 次の表2は，1回目のテストの得点と2回目のテストの得点の標準偏差と共分散の値であり，図2は，この2つのテストの得点の散布図と箱ひげ図である。ただし，表2の数値は正確な値であり，四捨五入されていないものとする。また，図2の散布図の点は重なっていることもある。

表 2

| | 標準偏差 | 共分散 |
|---|---|---|
| 1回目の得点 | 8.4 | 25.0 |
| 2回目の得点 | 5.2 | |

(共分散とは，1回目の得点の偏差と2回目の得点の偏差の積の平均値である。)

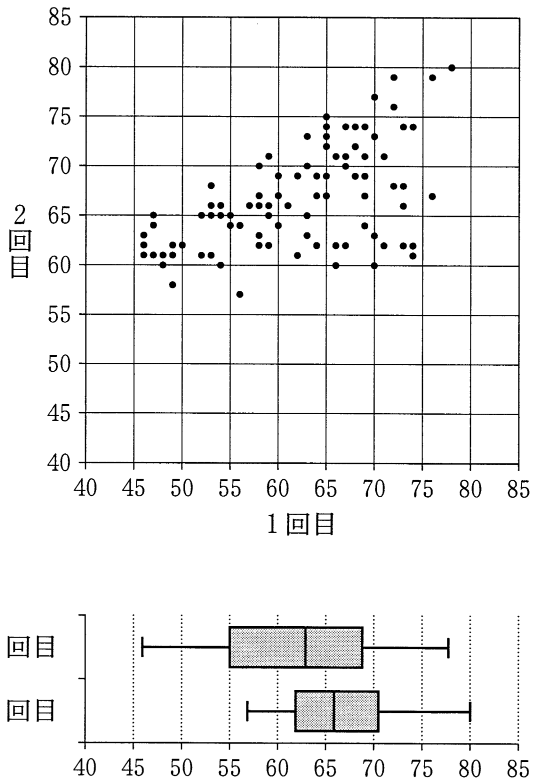



図 2

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

次の $\boxed{\text{セ}}$ , $\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

表2および図2の散布図と箱ひげ図について述べた文として**誤っているものは**, $\boxed{\text{セ}}$ , $\boxed{\text{ソ}}$ である。

⓪ 四分位範囲は，2回目の得点のほうが小さい。

① 表2から1回目の得点と2回目の得点の相関係数を計算すると，0.65以上になる。

② 1回目の得点が55点未満であった生徒は全員，1回目の得点より2回目の得点のほうが高い。

③ 2回目の得点が70点以上であった生徒は，25人以上いる。

④ 2回目の得点が1回目の得点より10点以上高い生徒は全員，1回目の得点が55点未満である。

⑤ 65点以上の得点をとった生徒の人数は，1回目のテストより2回目のテストのほうが多い。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

(3) 次の表3は，1回目のテストの得点と3回目のテストの得点の平均点と標準偏差の値であり，図3は，この2つのテストの得点の散布図である。ただし，表3の数値は正確な値であり，四捨五入されていないものとする。また，図3の散布図の点は重なっていることもある。

表 3

| | 平均点 | 標準偏差 |
|---|---|---|
| 1回目の得点 | 61.9 | 8.4 |
| 3回目の得点 | 133.3 | 26.0 |

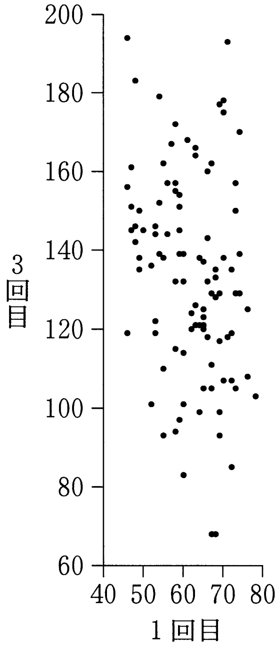



図 3

ここで，2つのテストの得点をそれぞれ，次の計算式により新しい得点に換算した。

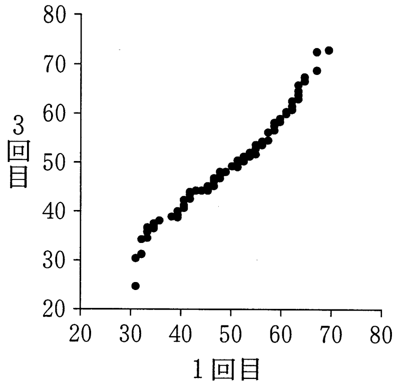
$$\text{新しい得点} = 50 + 10 \times \frac{\text{得点の偏差}}{\text{標準偏差}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (*)$$

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

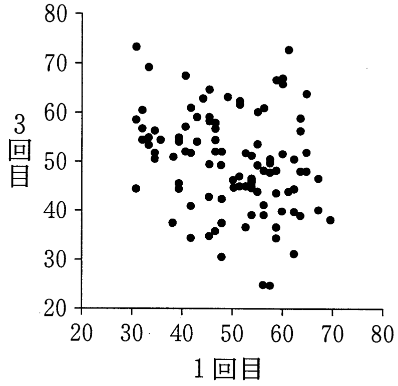
次の $\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

1回目の得点を式(*)により換算した新しい得点と3回目の得点を式(*)により換算した新しい得点の散布図は $\boxed{\text{タ}}$ である。

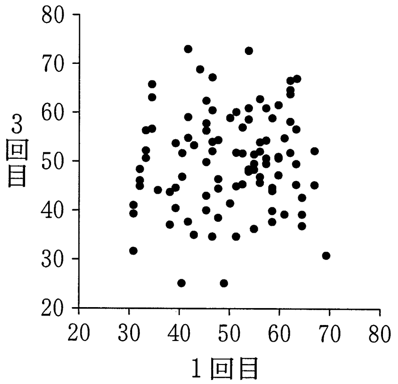
⓪



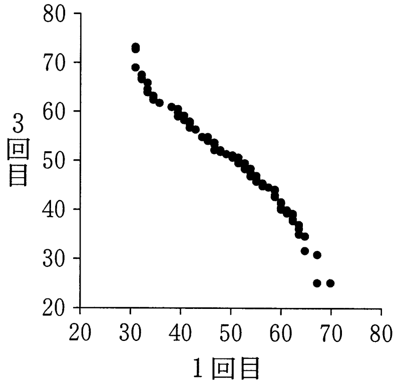

①




②




③




(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

〔3〕 A組 $m$ 人とB組 $n$ 人の生徒に対して行ったテストの得点を

A組　$x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_m$
B組　$y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n$

と書く。各組の平均点を $\overline{x}$, $\overline{y}$, 分散を $S_A{}^2$, $S_B{}^2$ とする。また，A組とB組を合わせた $(m+n)$ 人の得点の平均点を $\overline{w}$, 分散を $S^2$ とする。これらの間に一般に成り立つ関係について調べる。

A組の得点と $\overline{w}$ の差の2乗の和

$$(x_1-\overline{w})^2+(x_2-\overline{w})^2+\cdots+(x_m-\overline{w})^2$$

を，$\overline{x}$, $S_A{}^2$, $\overline{w}$ を用いて表すと $\boxed{\text{チ}}$ である。ただし，$S_A{}^2$ は

$$S_A{}^2=\frac{1}{m}(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_m{}^2)-(\overline{x})^2$$

で計算できる。$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $S_A{}^2+(\overline{x})^2+(\overline{w})^2$
① $S_A{}^2+(\overline{x}-\overline{w})^2$
② $mS_A{}^2+m\{(\overline{x})^2+(\overline{w})^2\}$
③ $mS_A{}^2+m(\overline{x}-\overline{w})^2$

A組とB組の生徒を合わせた $(m+n)$ 人の得点の分散 $S^2$ は $\boxed{\text{ツ}}$ に等しい。$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ $\dfrac{mS_A{}^2+nS_B{}^2+(m+n)\{(\overline{x}+\overline{y})^2-(\overline{w})^2\}}{m+n}$

① $\dfrac{mS_A{}^2+nS_B{}^2-(m+n)\{(\overline{x})^2+(\overline{y})^2-(\overline{w})^2\}}{m+n}$

② $\dfrac{mS_A{}^2+nS_B{}^2-\{m(\overline{x})^2+n(\overline{y})^2\}+(m+n)(\overline{w})^2}{m+n}$

③ $\dfrac{mS_A{}^2+nS_B{}^2+m(\overline{x})^2+n(\overline{y})^2+(m+n)(\overline{w})^2}{m+n}$

④ $\dfrac{mS_A{}^2+nS_B{}^2+m(\overline{x})^2+n(\overline{y})^2-(m+n)(\overline{w})^2}{m+n}$

# 第3問 （選択問題）（配点　20）

〔1〕 壺(つぼ)の中に1から4までの数字が一つずつ書かれた4枚のカードが入っている。この壺からカードを1枚取り出し，その数字を見てもとの壺に戻す試行を行う。

(1) この試行を2回行うとき，2回続けて数字1が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ であり，2回続けて奇数の数字が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) この試行を4回行うとき，数字1が少なくとも2回取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケコ}}}$ である。

(3) この試行を繰り返すとき，1回目から4回目までに取り出された数字に，1から4までのすべての数字が現れる確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。また，4回繰り返してもどれかの数字が現れないという条件のもとで，更に，もう1度試行を行うと1から4までのすべての数字が現れる条件つき確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

〔2〕 壺を3個用意し，そのうち2個の壺には，それぞれ，1から4までの数字が一つずつ書かれた4枚のカードが入っている。残りの1個の壺には，数字1の書かれたカードが2枚，数字2，3の書かれたカードがそれぞれ1枚入っている。はじめの2個の壺をA型の壺，残り1個の壺をB型の壺と呼ぶ。ただし，これらの壺は外から見て区別できない。

これら3個の壺から1個をでたらめに選び，更にそこからカードを1枚取り出しその数字を記録してもとの壺に戻す，という試行を行う。

この試行を2回反復したところ，取り出された数字が2回とも1であった。このとき1回目に選んだ壺がB型であった条件つき確率は $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ である。

## 第4問 （選択問題）（配点　20）

(1)　不定方程式

$$21x + 13 = 16y + 12 = 96z + 28$$

の整数解 $x$，$y$，$z$ を求めるためには，2つの不定方程式

$$21x + 13 = 16y + 12 \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

$$16y + 12 = 96z + 28 \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

の共通の整数解を求めればよい。まず，① の整数解 $x$，$y$ のうち，$|x|$ が最小になるのは $x = \boxed{\text{ア}}$，$y = \boxed{\text{イ}}$ であり，① のすべての解は $s$ を整数として

$$x = \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{ウエ}}\,s,\quad y = \boxed{\text{イ}} + \boxed{\text{オカ}}\,s$$

と表される。次にこれらのうち，② を満たすものを求める。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

②に $y = \boxed{\text{イ}} + \boxed{\text{オカ}}\, s$ を代入すると

$$\boxed{\text{キ}}\, z - \boxed{\text{ク}}\, s = 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

となる。③の整数解 $z$, $s$ のうち, $|z|$ が最小になるのは

$z = \boxed{\text{ケコ}}$, $s = \boxed{\text{サシ}}$ であり, ③のすべての解は $t$ を整数として

$$z = \boxed{\text{ケコ}} + \boxed{\text{ス}}\, t, \quad s = \boxed{\text{サシ}} + \boxed{\text{セ}}\, t$$

と表される。よって, ①, ②の共通解は

$$x = \boxed{\text{ソタチ}} + \boxed{\text{ツテ}}\, t$$
$$y = \boxed{\text{トナニ}} + \boxed{\text{ヌネ}}\, t$$
$$z = \boxed{\text{ケコ}} + \boxed{\text{ス}}\, t$$

である。

(2) 自然数 $n$ は, 21 で割ると 13 余り, 16 で割ると 12 余り, 96 で割ると 28 余るとする。このとき, $x$, $y$, $z$ をそれぞれの商とすると

$$n = 21x + 13 = 16y + 12 = 96z + 28$$

を満たす。このような $n$ のうち, 最小のものは $\boxed{\text{ノハヒ}}$ である。

## 第5問　（選択問題）（配点　20）

二等辺三角形ABCにおいて，AB = AC = 2，BC = 3とする。

直線AC上に，Cとは異なる点Dを∠ABC = ∠ABDを満たすようにとると，$\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BD}} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$である。△ABDと△BCDにおいて，∠ABD = ∠BCDで∠Dは共通であるから，$\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{CD}} = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$である。$\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{CD}} = \dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BD}} \cdot \dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{CD}}$に着目すると，$\mathrm{CD} = \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$である。

△BCDの外接円をOとし，点Bにおける円Oの接線と直線ACとの交点をEとすると，点Eは辺ACのAの側の延長上にある。このとき

$$\angle \mathrm{DBE} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\angle \mathrm{ABE}$$

であるから，$\dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{BE}} = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$である。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

また，線分 BE は線分 $\boxed{\text{シ}}$ と同じ長さである。$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ AB　　① AD　　② AE　　③ BC　　④ CD

したがって，$\mathrm{DE} = \dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

辺 BC の中点を M とし，線分 EM と線分 BD の交点を F とすると

$$\frac{\mathrm{FM}}{\mathrm{EF}} = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$$

である。