数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

第1問 (必答問題) (配点　30)

〔1〕 x は正の実数で，$x^2 + \dfrac{4}{x^2} = 9$ を満たすとする。このとき

$$\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = \boxed{\text{アイ}}$$

であるから，$x + \dfrac{2}{x} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ である。さらに

$$x^3 + \frac{8}{x^3} = \left(x + \frac{2}{x}\right)\left(x^2 + \frac{4}{x^2} - \boxed{\text{ウ}}\right)$$
$$= \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}$$

である。また

$$x^4 + \frac{16}{x^4} = \boxed{\text{キク}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第1問は24ページに続く。)

〔2〕 実数xに関する2つの条件p, qを

$$p:\ x = 1$$
$$q:\ x^2 = 1$$

とする。また，条件p, qの否定をそれぞれ$\overline{p}$, $\overline{q}$で表す。

(1) 次の $\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{サ}}$, $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

qはpであるための $\boxed{\text{ケ}}$ 。

$\overline{p}$はqであるための $\boxed{\text{コ}}$ 。

(pまたは$\overline{q}$)はqであるための $\boxed{\text{サ}}$ 。

($\overline{p}$かつq)はqであるための $\boxed{\text{シ}}$ 。

⓪ 必要条件だが十分条件でない
① 十分条件だが必要条件でない
② 必要十分条件である
③ 必要条件でも十分条件でもない

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

(2) 実数xに関する条件rを

r： $x>0$

とする。次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

3つの命題

A：「(p かつ q) $\Longrightarrow r$」
B：「$q \Longrightarrow r$」
C：「$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$」

の真偽について正しいものは $\boxed{\text{ス}}$ である。

⓪ Aは真，Bは真，Cは真
① Aは真，Bは真，Cは偽
② Aは真，Bは偽，Cは真
③ Aは真，Bは偽，Cは偽
④ Aは偽，Bは真，Cは真
⑤ Aは偽，Bは真，Cは偽
⑥ Aは偽，Bは偽，Cは真
⑦ Aは偽，Bは偽，Cは偽

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔3〕 aを定数とし，$g(x) = x^2 - 2(3a^2 + 5a)x + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$ とおく。2次関数 $y = g(x)$ のグラフの頂点は

$$\left(\boxed{\text{セ}}\,a^2 + \boxed{\text{ソ}}\,a,\ \boxed{\text{タ}}\,a^4 + \boxed{\text{チツ}}\,a^2 + \boxed{\text{テト}}\right)$$

である。

aが実数全体を動くとき，頂点のx座標の最小値は $-\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

次に，$t = a^2$ とおくと，頂点のy座標は

$$\boxed{\text{タ}}\,t^2 + \boxed{\text{チツ}}\,t + \boxed{\text{テト}}$$

と表せる。したがって，aが実数全体を動くとき，頂点のy座標の最小値は $\boxed{\text{ノハ}}$ である。

第2問 (必答問題) (配点　30)

〔1〕 $\triangle$ABCにおいて，AB $= \sqrt{3} - 1$，BC $= \sqrt{3} + 1$，$\angle$ABC $= 60°$ とする。

(1) AC $= \sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ であるから，$\triangle$ABCの外接円の半径は $\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ であり

$$\sin \angle \mathrm{BAC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ の解答の順序は問わない。

(2) 辺AC上に点Dを，$\triangle$ABDの面積が $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$ になるようにとるとき

$$\mathrm{AB} \cdot \mathrm{AD} = \frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であるから，AD $= \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は30ページに続く。)

〔2〕 スキージャンプは，飛距離および空中姿勢の美しさを競う競技である。選手は斜面を滑り降り，斜面の端から空中に飛び出す。飛距離 D(単位はm)から得点 X が決まり，空中姿勢から得点 Y が決まる。ある大会における58回のジャンプについて考える。

(1) 得点 X，得点 Y および飛び出すときの速度 V(単位はkm/h)について，図1の3つの散布図を得た。

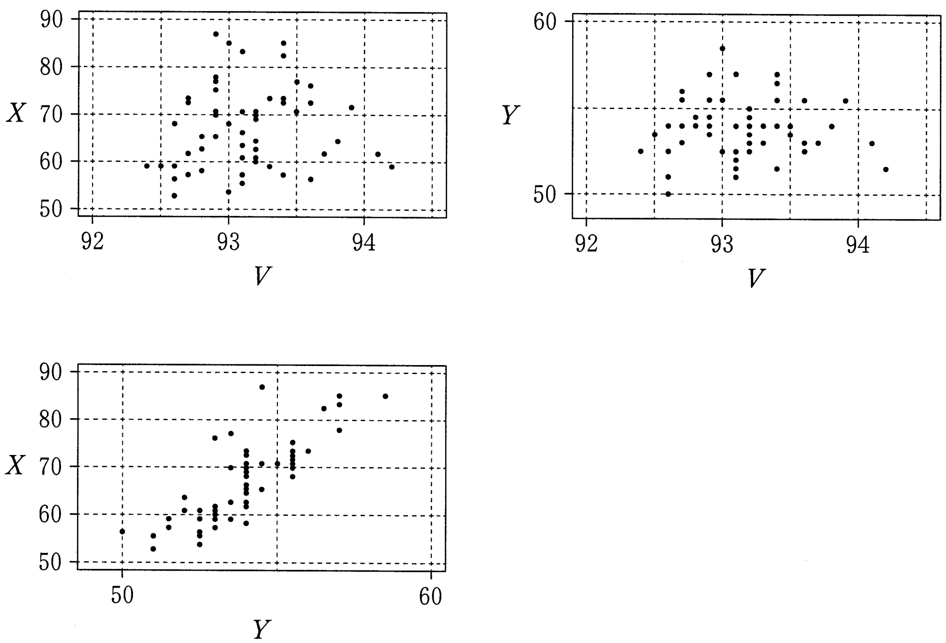

図　1

(出典：国際スキー連盟のWebページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

次の $\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図1から読み取れることとして正しいものは，$\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ である。

⓪ X と V の間の相関は，X と Y の間の相関より強い。
① X と Y の間には正の相関がある。
② V が最大のジャンプは，X も最大である。
③ V が最大のジャンプは，Y も最大である。
④ Y が最小のジャンプは，X は最小ではない。
⑤ X が 80 以上のジャンプは，すべて V が 93 以上である。
⑥ Y が 55 以上かつ V が 94 以上のジャンプはない。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 得点Xは，飛距離Dから次の計算式によって算出される。

$$X = 1.80 \times (D - 125.0) + 60.0$$

次の $\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$，$\boxed{チ}$ にそれぞれ当てはまるものを，下の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

- Xの分散は，Dの分散の $\boxed{ソ}$ 倍になる。
- XとYの共分散は，DとYの共分散の $\boxed{タ}$ 倍である。ただし，共分散は，2つの変量のそれぞれにおいて平均値からの偏差を求め，偏差の積の平均値として定義される。
- XとYの相関係数は，DとYの相関係数の $\boxed{チ}$ 倍である。

⓪ -125　① -1.80　② 1　③ 1.80
④ 3.24　⑤ 3.60　⑥ 60.0

（数学Ⅰ・数学A第2問は34ページに続く。）

(3) 58 回のジャンプは 29 名の選手が 2 回ずつ行ったものである。1回目の $X+Y$(得点 X と得点 Y の和)の値に対するヒストグラムと2回目の $X+Y$ の値に対するヒストグラムは図 2 の A，B のうちのいずれかである。また，1回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図と2回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図は図 3 の a，b のうちのいずれかである。ただし，1回目の $X+Y$ の最小値は 108.0 であった。

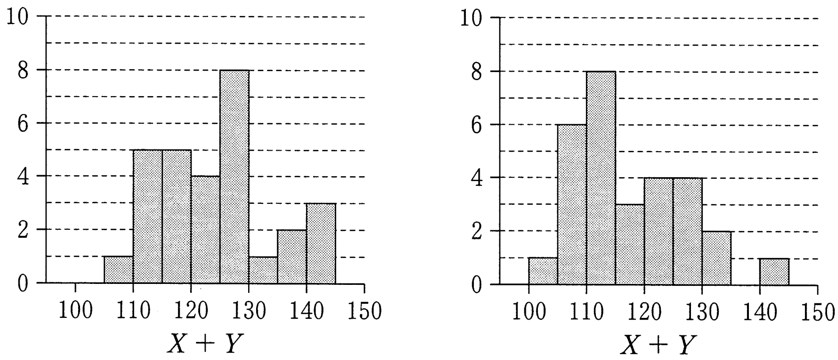

図　2

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

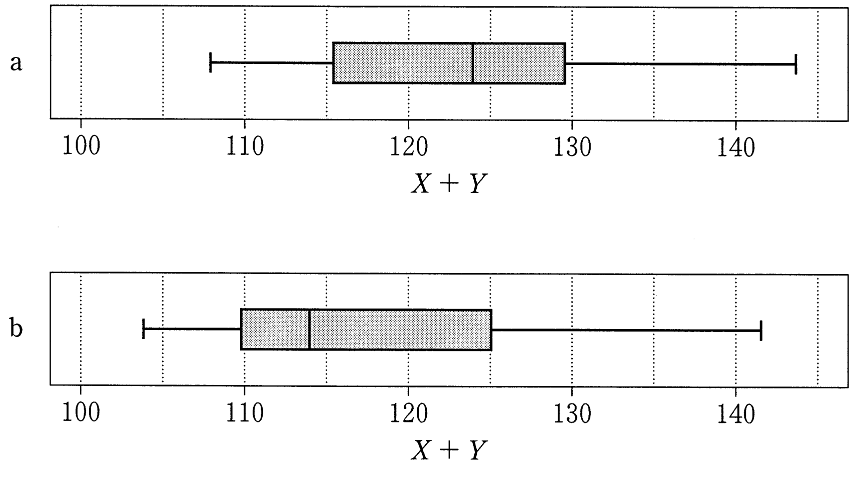

図　3

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

次の $\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，下の表の⓪～③のうちから一つ選べ。

1回目の $X+Y$ の値について，ヒストグラムおよび箱ひげ図の組合せとして正しいものは， $\boxed{\text{ツ}}$ である。

	⓪	①	②	③
ヒストグラム	A	A	B	B
箱ひげ図	a	b	a	b

次の $\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

図3から読み取れることとして正しいものは， $\boxed{\text{テ}}$ である。

⓪ 1回目の $X+Y$ の四分位範囲は，2回目の $X+Y$ の四分位範囲より大きい。
① 1回目の $X+Y$ の中央値は，2回目の $X+Y$ の中央値より大きい。
② 1回目の $X+Y$ の最大値は，2回目の $X+Y$ の最大値より小さい。
③ 1回目の $X+Y$ の最小値は，2回目の $X+Y$ の最小値より小さい。

第3問 （選択問題）（配点　20）

あたりが2本，はずれが2本の合計4本からなるくじがある。A，B，Cの3人がこの順に1本ずつくじを引く。ただし，1度引いたくじはもとに戻さない。

(1)　A，Bの少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_1 の確率は，

$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2)　次の $\boxed{\text{ウ}}$ ， $\boxed{\text{エ}}$ ， $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

A，B，Cの3人で2本のあたりのくじを引く事象 E は，3つの排反な事象 $\boxed{\text{ウ}}$ ， $\boxed{\text{エ}}$ ， $\boxed{\text{オ}}$ の和事象である。

⓪　Aがはずれのくじを引く事象
①　Aだけがはずれのくじを引く事象
②　Bがはずれのくじを引く事象
③　Bだけがはずれのくじを引く事象
④　Cがはずれのくじを引く事象
⑤　Cだけがはずれのくじを引く事象

また，その和事象の確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3)　事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率は， $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(4) 次の $\boxed{コ}$, $\boxed{サ}$, $\boxed{シ}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

B, Cの少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_2 は，3つの排反な事象 $\boxed{コ}$, $\boxed{サ}$, $\boxed{シ}$ の和事象である。

⓪ Aがはずれのくじを引く事象
① Aだけがはずれのくじを引く事象
② Bがはずれのくじを引く事象
③ Bだけがはずれのくじを引く事象
④ Cがはずれのくじを引く事象
⑤ Cだけがはずれのくじを引く事象

また，その和事象の確率は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ である。他方，A，Cの少なくとも一方があたりのくじをひく事象 E_3 の確率は，$\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ である。

(5) 次の $\boxed{チ}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑥のうちから一つ選べ。

事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_1，事象 E_2 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_2，事象 E_3 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_3 の間の大小関係は，$\boxed{チ}$ である。

⓪ $p_1 < p_2 < p_3$　① $p_1 > p_2 > p_3$　② $p_1 < p_2 = p_3$
③ $p_1 > p_2 = p_3$　④ $p_1 = p_2 < p_3$　⑤ $p_1 = p_2 > p_3$
⑥ $p_1 = p_2 = p_3$

第4問 (選択問題) (配点 20)

(1) 百の位の数が3，十の位の数が7，一の位の数が a である3桁(けた)の自然数を $37a$ と表記する。

$37a$ が4で割り切れるのは

$$a = \boxed{ア},\quad \boxed{イ}$$

のときである。ただし，$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ の解答の順序は問わない。

(2) 千の位の数が7，百の位の数が b，十の位の数が5，一の位の数が c である4桁の自然数を $7b5c$ と表記する。

$7b5c$ が4でも9でも割り切れる b，c の組は，全部で $\boxed{ウ}$ 個ある。これらのうち，$7b5c$ の値が最小になるのは $b = \boxed{エ}$，$c = \boxed{オ}$ のときで，$7b5c$ の値が最大になるのは $b = \boxed{カ}$，$c = \boxed{キ}$ のときである。

また，$7b5c = (6 \times n)^2$ となる b，c と自然数 n は

$$b = \boxed{ク},\quad c = \boxed{ケ},\quad n = \boxed{コサ}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(3) 1188 の正の約数は全部で $\boxed{シス}$ 個ある。

これらのうち，2 の倍数は $\boxed{セソ}$ 個，4 の倍数は $\boxed{タ}$ 個ある。

1188 のすべての正の約数の積を 2 進法で表すと，末尾には 0 が連続して $\boxed{チツ}$ 個並ぶ。

第5問 （選択問題）（配点　20）

△ABC において，AB = 3，BC = 8，AC = 7 とする。

(1)　辺 AC 上に点 D を AD = 3 となるようにとり，△ABD の外接円と直線 BC の交点で B と異なるものを E とする。このとき，BC・CE = $\boxed{\text{アイ}}$ であるから，CE = $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

直線 AB と直線 DE の交点を F とするとき，$\dfrac{\text{BF}}{\text{AF}} = \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であるから，

AF = $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

(2)　$\angle ABC = \boxed{サシ}^{\circ}$ である。△ABC の内接円の半径は $\dfrac{\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}$

であり，△ABC の内心を I とすると $BI = \dfrac{\boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}}}{\boxed{ツ}}$ である。