

数学 I ・ 数学 A

| 問 題 | 選 択 方 法 |
|-------|----------------------------|
| 第 1 問 | 必 答 |
| 第 2 問 | 必 答 |
| 第 3 問 | } いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。 |
| 第 4 問 | |
| 第 5 問 | |

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 実数 x について

命題 A : 「 $x^2 > 2$ または $x^3 > 0$ 」ならば「 $x > 2$ 」

を考える。

- (1) 次の ア ~ エ に当てはまるものを、下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

命題 A の逆、対偶を考えると次のようになる。

逆 : 「ア」ならば「イ」

対偶 : 「ウ」ならば「エ」

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| ① $x^2 > 2$ または $x^3 > 0$ | ① $x^2 > 2$ かつ $x^3 > 0$ |
| ② $x^2 \leq 2$ または $x^3 \leq 0$ | ③ $x^2 \leq 2$ かつ $x^3 \leq 0$ |
| ④ $x > 2$ | ⑤ $x \leq 2$ |

- (2) 次の オ に当てはまるものを、下の①~⑥のうちから一つ選べ。

命題 A とその逆、対偶のうち、オ が真である。

- | | |
|-------------------------|-------------------|
| ① 命題 A のみ | ① 命題 A の逆のみ |
| ② 命題 A の対偶のみ | ③ 命題 A とその対偶の二つのみ |
| ④ 命題 A とその逆の二つのみ | |
| ⑤ 命題 A の逆と命題 A の対偶の二つのみ | |
| ⑥ 三つすべて | |

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(3) 次の に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

実数 x についての条件「 $x^2 > 2$ または $x^3 > 0$ 」は、「 $x > 2$ 」であるための 。

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 $\sqrt{21}$ の整数部分は である。

$\sqrt{21}$, $\sqrt{23}$, $\sqrt{31}$ の小数部分をそれぞれ a , b , c とするとき

$$a - c = \text{ク} + \sqrt{21} - \sqrt{31}$$

であり

$$\begin{aligned} & \left(\text{ク} + \sqrt{21} - \sqrt{31} \right) \left(\text{ク} + \sqrt{21} + \sqrt{31} \right) (9 + 2\sqrt{21}) \\ &= \text{ケ} \end{aligned}$$

となる。

次の に当てはまるものを、下の①～⑤のうちから一つ選べ。

が成り立つ。

① $a < b < c$

② $b < c < a$

③ $c < a < b$

④ $a < c < b$

⑤ $c < b < a$

⑥ $b < a < c$

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

〔3〕 a, b は定数で、 $a \neq 0$ とする。 x の 2 次関数

$$y = a^2x^2 - 4ax + b \quad \dots\dots\dots ①$$

を考える。① のグラフの頂点の x 座標が 1 以上 3 以下になるような a の値

の範囲は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \leq a \leq \boxed{\text{ス}}$ である。

下の $\boxed{\text{セ}}$ には、次の①～④のうちから当てはまるものを一つ選べ。

- ① $>$ ② $<$ ③ \geq ④ \leq ⑤ \neq

x の 2 次不等式

$$a^2x^2 - 4ax + b < 0 \quad \dots\dots\dots ②$$

の解が存在するような b の値の範囲は

b $\boxed{\text{セ}}$ $\boxed{\text{ソ}}$

である。また②の解が $1 < x < 3$ になるような a, b の値は

$a = \boxed{\text{タ}}$, $b = \boxed{\text{チ}}$

である。

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 $\triangle ABC$ において、 $AB = 1$ 、 $CA = \sqrt{3}$ 、 $\cos \angle BAC = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ とすると、

$BC = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ であり、 $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

$\triangle ABC$ の外接円の中心を O とし、直線 OB と $\triangle ABC$ の外接円との交点で B と異なる点を D とすると、 $BD = \boxed{\text{エ}}$ であり、 $\triangle BCD$ の面積は

$\frac{\boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

直線 AD と直線 BC との交点を E とすると

$$\frac{AE}{DE} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

〔2〕 30 人の生徒に数学のテストを行った。次の表 1 は、その結果である。ただし、表 1 の数値はすべて正確な値であるとして解答せよ。

表 1 数学のテストの得点

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 62 | 54 | 44 | 30 | 88 | 24 | 45 | 55 | 68 | 51 | 46 | 86 | 82 | 71 | 63 |
| 70 | 55 | 61 | 74 | 65 | 74 | 30 | 72 | 74 | 85 | 98 | 66 | 71 | 78 | 96 |

次の表 2 は、表 1 の 30 人のテストの得点を度数分布表にしたものである。

表 2 30 人の生徒の得点の度数分布表

| 階級(点) | 度数(人) |
|--------------|-------|
| 20 以上 30 未満 | 1 |
| 30 以上 40 未満 | 2 |
| 40 以上 50 未満 | 3 |
| 50 以上 60 未満 | 4 |
| 60 以上 70 未満 | 6 |
| 70 以上 80 未満 | 8 |
| 80 以上 90 未満 | 4 |
| 90 以上 100 未満 | 2 |
| 合 計 | 30 |

30 人の得点の中央値は コサ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- 〔3〕 A 組から D 組の各組 30 人の生徒に対して理科のテストを行った。次の図 1 は、各組ごとに理科のテストの得点を箱ひげ図にしたものである。

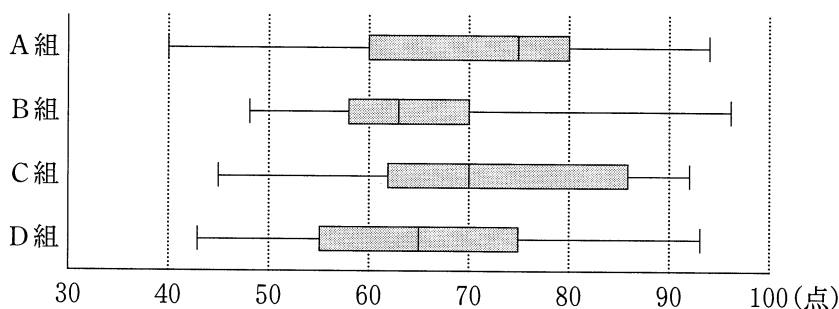


図 1 A 組から D 組の理科のテストの箱ひげ図

- (1) 次の , に当てはまるものを、下の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

図 1 の箱ひげ図について述べた文として誤っているものは と である。

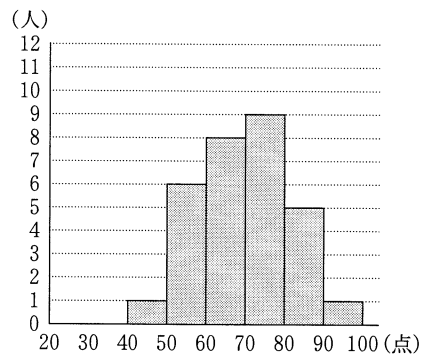
- ① A, B, C, D の 4 組全体の最高点の生徒がいるのは B 組である。
- ② A, B, C, D の 4 組で比べたとき、四分位範囲が最も大きいのは A 組である。
- ③ A, B, C, D の 4 組で比べたとき、範囲が最も大きいのは A 組である。
- ④ A, B, C, D の 4 組で比べたとき、第 1 四分位数と中央値の差が最も小さいのは B 組である。
- ⑤ A 組では、60 点未満の人数は 80 点以上の人数よりも多い。
- ⑥ A 組と C 組で 70 点以下の人数を比べたとき、C 組の人数は A 組の人数以上である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

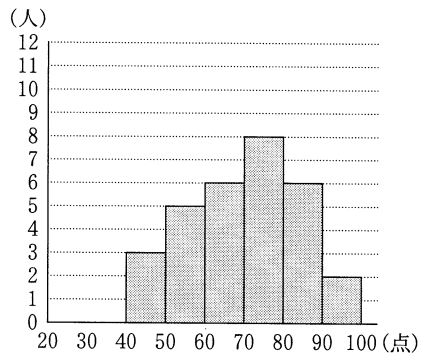
(2) 次の セ に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

図1のC組の箱ひげ図のもとになった得点をヒストグラムにしたとき、対応するものは セ である。ただし、ヒストグラムは〔2〕の表2の度数分布表と同じ階級を用いて作成した。

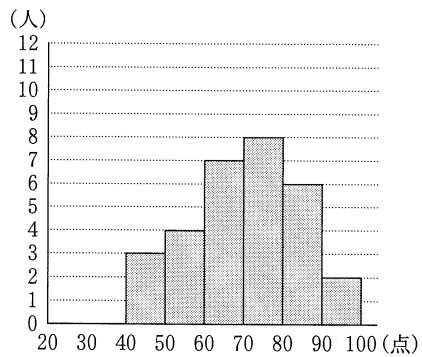
①



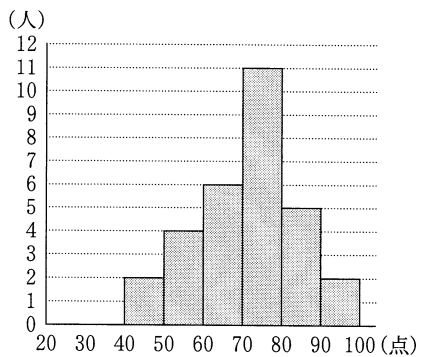
②



③



④



(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- 〔4〕 次の表 3 は、あるクラスの生徒 30 人に行った科目 X と科目 Y のテストの得点であり、これらの平均値、標準偏差、共分散をまとめたものが下の表 4 である。

表 3 科目 X と科目 Y の得点

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 科目 X | 63 | 76 | 58 | 71 | 75 | 56 | 81 | 80 | 84 | 77 | 76 | 63 | 63 | 59 | 63 |
| 科目 Y | 47 | 78 | 60 | 46 | 58 | 63 | 73 | 59 | 66 | 49 | 62 | 58 | 65 | 50 | 42 |
| 科目 X | 77 | 78 | 68 | 59 | 72 | 68 | 79 | 67 | 79 | 73 | 77 | 67 | 63 | 78 | 76 |
| 科目 Y | 82 | 66 | 40 | 55 | 42 | 69 | 77 | 57 | 63 | 52 | 49 | 45 | 55 | 84 | 56 |

表 4

| | 平均値 | 標準偏差 |
|------|------|-------|
| 科目 X | 70.9 | 7.81 |
| 科目 Y | 58.9 | 11.74 |

科目 X と科目 Y の得点の共分散 36.89

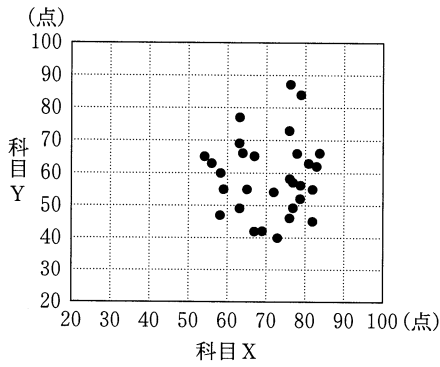
(共分散とは、科目 X の得点の偏差と科目 Y の得点の偏差の積の平均値である)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

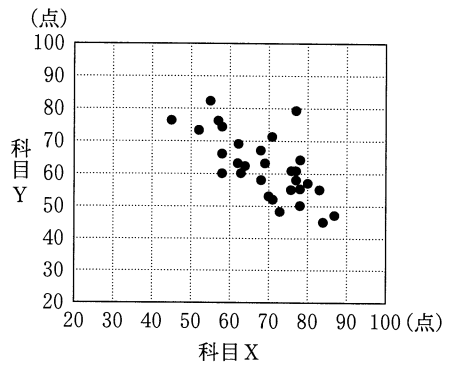
(1) 次の に当てはまるものを，下の①～③のうちから一つ選べ。

科目 X と科目 Y の得点を散布図にしたものは である。

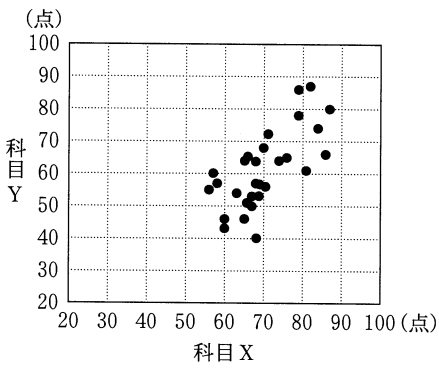
①



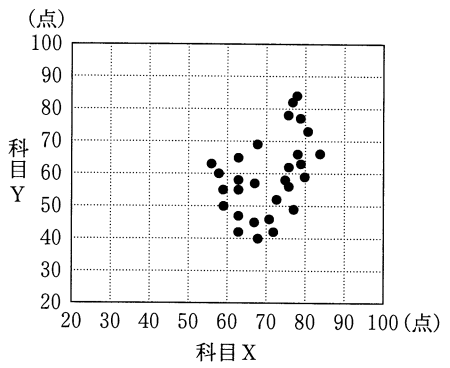
②



③



④



(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (2) 次の に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

表 3 の得点を $\frac{1}{2}$ にして 50 点満点の得点に換算した。例えば、62 点であった場合は得点を 2 で割った値である 31 点とし、63 点であった場合は 31.5 点とする。このとき、科目 X の得点の偏差と科目 Y の得点の偏差は、換算後、それぞれもとの得点の偏差の $\frac{1}{2}$ になる。したがって、科目 X についてもとの標準偏差と換算後の標準偏差を比較し、さらにもとの共分散と換算後の共分散を比較すると、 。

- ① 換算後の標準偏差と共分散の値はともに、もとの値の $\frac{1}{2}$ になる
- ② 換算後の標準偏差と共分散の値はともに、もとの値の $\frac{1}{4}$ になる
- ③ 換算後の標準偏差の値はもとの値の $\frac{1}{2}$ になり、共分散の値はもとの値の $\frac{1}{4}$ になる
- ④ 換算後の標準偏差の値はもとの値の $\frac{1}{4}$ になり、共分散の値はもとの値の $\frac{1}{2}$ になる

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

1 個のさいころを投げる試行を 4 回繰り返す。以下では、1 回目の試行におけるさいころの目が 5 以上である事象を A_1 、1 回目と 2 回目の試行における目の和が 5 以上である事象を A_2 、1 回目から 3 回目までの試行における目の和が 5 以上である事象を A_3 、1 回目から 4 回目までの試行における目の和が 5 以上である事象を A_4 と表す。

また、事象 A, B の積事象を $A \cap B$ 、事象 A の余事象を \bar{A} で表す。

(1) 事象 A_1 が起こる確率は、 $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 事象 $\bar{A}_1 \cap A_2$ が起こる確率は、 $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。また、事象 \bar{A}_1 が起こった

ときの事象 A_2 が起こる条件付き確率は、 $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) 事象 \bar{A}_2 が起こったときの事象 A_3 が起こる条件付き確率は、 $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(4) 事象 \bar{A}_3 が起こったときの事象 A_4 が起こる条件付き確率は、 $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

$a = 407, b = 481$ とする。

(1) a と b の最大公約数は **アイ** であり、最小公倍数は **ウエオカ** である。

\sqrt{abc} が整数となる正の整数 c の中で、最小のものは **キクケ** である。

(2) a と b の最大公約数が **アイ** であることに注意すると、不定方程式

$$ax = -by$$

の整数解は、 $x = \text{コサシ} k, y = \text{スセ} k$ (k は整数) である。

(3) 不定方程式

$$ax + by = 40700$$

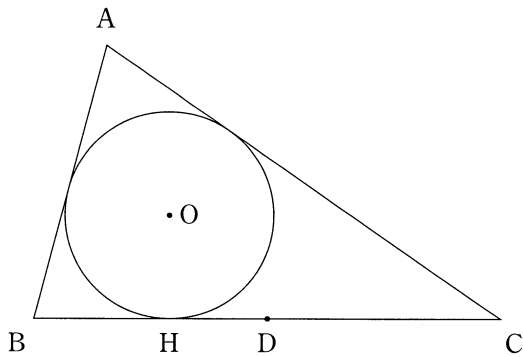
を満たす 0 以上の整数 x, y の組は **ソ** 組あり、その中で x が最も小さいものは $x = \text{タ}$, $y = \text{チツ}$ である。また

$$ax + by = 40700 + \text{アイ}$$

を満たす 0 以上の整数 x, y の組は **テ** 組あり、その中で x が最も小さいものは $x = \text{ト}$, $y = \text{ナニ}$ である。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

△ABC の内心を O, 内接円 O と辺 BC の接点を H とする。辺 BC 上に点 D をとる。ただし, D は B, C と異なる点とする。



参考図

△ABD の内心を P とし, 内接円 P と辺 BD の接点を E とする。△ACD の内心を Q とし, 内接円 Q と辺 CD の接点を F とする。

PQ を直径とする円と 2 点 D, H の間の関係で△ABC がどのような形でも成り立つものを調べる。

次の オ には, 下の①～③のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$$\angle ADP = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \angle ADB, \quad \angle ADQ = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \angle ADC \text{ であるから, PQ を直}$$

径とする円と点 D の関係について正しい選択肢は オ である。

- ① D が辺 BC 上のどの位置にあっても, D はその円の内部にある。
- ② D が辺 BC 上のどの位置にあっても, D はその円周上にある。
- ③ D が辺 BC 上のどの位置にあっても, D はその円の外部にある。
- ④ D が辺 BC 上のどの位置にあるかに応じて, D は, 円の内部, 円周上, 円の外部のどの場合もある。

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

次の ~ に当てはまるものを、下の①~③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$$BH = \frac{1}{2}(AB + \text{カ} - \text{キ}) \dots\dots\dots ①$$

$$BE = \frac{1}{2}(AB + \text{ク} - \text{ケ}) \dots\dots\dots ②$$

$$DF = \frac{1}{2}(CD + \text{コ} - \text{サ}) \dots\dots\dots ③$$

である。

- ① AC ② AD ③ BC ④ BD

次の に当てはまるものを、下の①~③のうちから一つ選べ。

①~③から、 $EH = \text{シ}$ であることがわかる。

- ① FQ ② OP ③ $\frac{1}{2}EP$ ④ DF

次の に当てはまるものを、下の①~③のうちから一つ選べ。

PQ の中点を J とする。J を通り辺 BC に垂直な直線と BC の交点を K とすると、K は EF の中点であるから、 $HK = \text{ス}$ である。

- ① DK ② $\frac{1}{2}JK$ ③ EH ④ $\frac{1}{2}FK$

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

次の に当てはまるものを，下の①～③のうちから一つ選べ。

HK = に着目すると，PQ を直径とする円と点 H の関係について，正しい選択肢は である。

- ① D が辺 BC 上のどの位置にあっても，H はその円の内部にある。
- ② D が辺 BC 上のどの位置にあっても，H はその円周上にある。
- ③ D が辺 BC 上のどの位置にあっても，H はその円の外部にある。
- ④ D が辺 BC 上のどの位置にあるかに応じて，H は，円の内部，円周上，円の外部のどの場合もある。