

数学 I ・ 数学 A

(全問必答)

第 1 問 (配点 20)

[1]

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ の分母を有理化すると $\frac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。次の

①～②のうちから最小であるものを選ぶと $\boxed{\text{エ}}$ であり、最大であるものを選ぶと $\boxed{\text{オ}}$ である。

① $\frac{\sqrt{3}}{2}$

② 1

③ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

(2) 次の①～③のうちから最小であるものを選ぶと $\boxed{\text{カ}}$ であり、最大であるものを選ぶと $\boxed{\text{キ}}$ である。

① $\frac{\sqrt{3}}{2}$

② $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

③ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

④ $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right)^2$

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

[2] m, n を整数とする。

次の , に当てはまるものを, 下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。また, 次の , に当てはまるものを, 下の⑥~⑨のうちから一つずつ選べ。ただし, , には, 同じものを繰り返し選んでよい。

(1) m, n に関する条件 p, q を次のように定める。

p : m, n の少なくとも1つは3の倍数でない

q : $m + n, m - n$ の少なくとも1つは3の倍数でない

p の否定 \bar{p} は 。

p は q であるための 。

(2) m, n に関する条件 r, s を次のように定める。

r : m, n の少なくとも1つは4の倍数でない

s : $m + n, m - n$ の少なくとも1つは4の倍数でない

s の否定 \bar{s} が成立するならば, 。

r は s であるための 。

① m, n の少なくとも1つは3の倍数である

② m, n はともに3の倍数である

③ m, n はともに3の倍数でない

④ m, n はともに奇数である

⑤ m, n はともに偶数である

⑥ m, n のうち一方だけが偶数である

⑦ 必要十分条件である

⑧ 必要条件であるが, 十分条件でない

⑨ 十分条件であるが, 必要条件でない

⑩ 必要条件でも十分条件でもない

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (配点 25)

a を 0 でない定数とするとき、 x の 2 次関数

$$y = ax^2 - (6 - 2a)x + 4 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフを G とする。グラフ G が x 軸と共有点をもたない a の値の範囲は

$$\boxed{\text{ア}} < a < \boxed{\text{イ}} \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

である。

以下、 a は $\textcircled{2}$ の範囲にあるとする。

G の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ウ}}}{a} - \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}} a + \boxed{\text{カキ}} - \frac{\boxed{\text{ク}}}{a} \right)$$

である。ここで、 $k = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{a} - \boxed{\text{エ}}$ とおけば、 $\textcircled{2}$ より

$$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < \frac{\boxed{\text{ウ}}}{a} < \boxed{\text{サ}}$$

なので、この k の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}} < k < \boxed{\text{ソ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(1) 関数①の $-1 \leq x \leq 0$ における最小値を m とする。

$$x = k \text{ で 最小値 } m = \boxed{\text{オ}} a + \boxed{\text{カキ}} - \frac{\boxed{\text{ク}}}{a}$$

をとるのは, $\boxed{\text{タ}} \leq a < \boxed{\text{イ}}$ のときである。

一方, $\boxed{\text{ア}} < a \leq \boxed{\text{タ}}$ のときは

$$x = \boxed{\text{チ}} \text{ で 最小値 } m = \boxed{\text{ツ}}$$

をとる。

(2) 関数①の $-1 \leq x \leq 0$ における最大値を M とする。

$M > 4$ となるとき

$$x = \boxed{\text{テト}} \text{ で 最大値 } M = \boxed{\text{ナ}} a + \boxed{\text{ニヌ}}$$

をとる。ただし, $M > 4$ となる a の値の範囲は, $\boxed{\text{ア}} < a < \boxed{\text{ネ}}$

である。

数学 I ・ 数学 A

第 3 問 (配点 30)

点 O を中心とする円 O の二つの弦 AB, CD が, 円 O 内の点 P において交わっている。ここで

$$PA = 1, PC = \sqrt{10}, PD = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

とし, 弦 AC の長さは $AC = 3$ とする。

このとき, $PB =$ であり, $\angle CAP =$ ° である。したがって,

円 O の直径は $\sqrt{\text{オ}}$ である。さらに, $\tan \angle PCA = \frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ と

なる。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

点 P から弦 BC に下ろした垂線と弦 BC の交点を H とする。このとき、 $\triangle PHB$ の外接円の直径は である。また

$$\angle PHB + \angle BDP = \text{ケコサ}^\circ$$

であり、 $\angle BDH = \text{シス}^\circ$ である。

線分 DH の延長と円 O の交点を E とする。 $\angle BDH = \text{シス}^\circ$ であるので、 $\angle BOE = \text{セソ}^\circ$ である。したがって、 $AE = \text{タ} \sqrt{\text{チ}}$ である。

さらに、 $\tan \angle PCH = \frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$ となる。

次の①～③のうち、 $\triangle AED$ と相似な三角形は と である。
ただし、 と の解答の順序は問わない。

① $\triangle BCD$

② $\triangle PCA$

③ $\triangle PCH$

④ $\triangle HEO$

数学 I ・ 数学 A

第 4 問 (配点 25)

五つの文字 A, B, C, D, E と三つの数字 1, 2, 3 を用いて

A1	B1	C1	D1	E1
A2	B2	C2	D2	E2
A3	B3	C3	D3	E3

と書かれた 15 枚のカードから、同時に 2 枚のカードを取り出す。このとき、カードの取り出し方は **アイウ** 通りある。その中に、カードに書かれている文字が同じである取り出し方は **エオ** 通りあり、カードに書かれている文字が異なっている取り出し方は **カキ** 通りある。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

取り出した 2 枚のカードによって、得点を次のように定める。

- カードに書かれている文字が同じであるときは、2 枚のカードに書かれている数のうち大きい方を得点とする。
- カードに書かれている文字が異なるときは、2 枚のカードに書かれている数の和を得点とする。

(1) 得点が 6 点となる確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ ，得点が 5 点となる確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ ，

得点が 4 点となる確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(2) 得点が 3 点となる確率は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ ，得点が 2 点となる確率は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3) 得点の期待値は $\frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ 点である。