2008 大学入試センター追試験問題　数学Ｉ・数学Ａ（60 分）（全問必答）

第１問（配点　20）

〔1〕方程式

$$\left|(\sqrt{14}-2)x+2\right|=4$$

の解は

$$x=-\frac{\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}\sqrt{14}}{\boxed{\text{ウ}}},\quad \frac{\boxed{\text{エ}}+\sqrt{14}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である．また

$$-\frac{\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}\sqrt{14}}{\boxed{\text{ウ}}}<n<\frac{\boxed{\text{エ}}+\sqrt{14}}{\boxed{\text{オ}}}$$

を満たす整数 n の個数は $\boxed{\text{カ}}$ 個である．

〔2〕 次の $\boxed{\text{キ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを, 下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ. ただし，同じものを繰り返し選んでもよい.

2 以上の自然数 a，b について，集合 A，B を次のように定める.

$A=\{x \mid x$ は a の正の約数$\}$
$B=\{x \mid x$ は b の正の約数$\}$

このとき

（ⅰ） A の要素の個数が 2 であることは,
a が素数であるための $\boxed{\text{キ}}$.

（ⅱ） $A\cap B=\{1,\ 2\}$ であることは,
a と b がともに偶数であるための $\boxed{\text{ク}}$.

（ⅲ） $a\leqq b$ であることは，$A\subset B$ であるための $\boxed{\text{ケ}}$.

⓪　必要十分条件である
①　必要条件であるが，十分条件でない
②　十分条件であるが，必要条件でない
③　必要条件でも十分条件でもない

第２問（配点　25）

a を定数とする．2 次関数

$$y = x^2 - 6ax + 10a^2 - 2a - 8 \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a\,,\ a^2 - \boxed{\text{イ}}\,a - \boxed{\text{ウ}}\right)$$

である．

(1)　2 次関数①のグラフは異なる 2 点で x 軸と交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{エオ}} < a < \boxed{\text{カ}}$$

である．

さらに，①のグラフが異なる 2 点で x 軸の正の部分と交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{キ}} < a < \boxed{\text{ク}}$$

である．

また，2 次関数①のグラフが異なる 2 点で x 軸の正の部分と交わり，①のグラフを x 軸方向に-4，y 軸方向に19だけ平行移動して得られるグラフの頂点が放物線 $y = x^2$ 上にあるとき

$$a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である．

(2)　2 次関数①のグラフが点$(2a\,,0)$を通るとき，a の値は

$$a = \frac{\boxed{\text{サ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である．

$a = \dfrac{\boxed{\text{サ}} + \sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ であるとき，関数①の $6 \leqq x \leqq 9$ における最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ソタ}} - \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

であり，最大値は

$$\boxed{\text{トナ}} - \boxed{\text{ニヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}$$

である．

第３問（配点　30）

△ABC において，AB＝3，BC＝$\sqrt{7}$，CA＝2 とする．また，△ABC の外接円の中心を O とする．

このとき，∠BAC＝$\boxed{\text{アイ}}$°であり，外接円 O の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

さらに，辺 CA の A の側の延長上に点 D を DB＝DC となるようにとる．

$\cos\angle\mathrm{BAD}=\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であるから，AD＝$\boxed{\text{ケ}}$ である．よって，△ADB の面積は

$$\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である．

下の $\boxed{\text{ソ}}$ には，次の⓪～④のうちから当てはまるものを一つ選べ．

⓪　AFO　　①　ADF　　②　ABE　　③　OAC　　④　EBF

線分 BD と外接円 O との B 以外の交点を E とし，線分 DO と外接円 O との交点を F とする．このとき，外接円 O において

$$\angle\mathrm{AOF}=\boxed{\text{セ}}\angle\mathrm{ABF}=\angle\boxed{\text{ソ}}$$

である．したがって，4 点 B，O，A，D は同一円周上にある．この円の中心を O’とすると，円 O’の半径は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である．

第４問（配点　25）

大小２個のさいころを１回投げ，出た目の数をそれぞれ a，b とする．２次関数 $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に a，y 軸方向に $a-b$ だけ平行移動したグラフを G とする．このとき，次のように得点を定める．

・G と x 軸の正の部分の共有点がないときは０点
・G と x 軸の正の部分の共有点が１個のときは１点
・G と x 軸の正の部分の共有点が２個のときは２点

(1)　$a>b$ のとき，得点は $\boxed{\text{ア}}$ 点である．
　$a=b$ のとき，得点は $\boxed{\text{イ}}$ 点である．

(2)　大小２個のさいころを１回投げたとき
　$a=1$ で，かつ得点が１点である場合の数は $\boxed{\text{ウ}}$ 通り
　$a=2$ で，かつ得点が０点である場合の数は $\boxed{\text{エ}}$ 通り
　$a=2$ で，かつ得点が１点である場合の数は $\boxed{\text{オ}}$ 通り
である．

(3)　大小２個のさいころを１回投げたとき
　得点が０点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$
　得点が１点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$
である．また，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ 点である．