2008 大学入試センター試験問題　数学Ⅰ・数学Ａ（60 分）（全問必答）

第１問（配点　20）

〔1〕　長方形 ABCD において，AB＝CD＝8，BC＝DA＝12 とする．辺 AB 上に点 P，辺 BC 上に点 Q，辺 CD 上に点 R を

AP＝BQ＝CR

となるようにとり, AP＝x とおく（$0<x<8$）. このとき, 台形 PBCR の面積は $\boxed{\text{アイ}}$ である．また，△PQR の面積 S は

$$S=x^2-\boxed{\text{ウエ}}\,x+\boxed{\text{オカ}}$$

である．$S<24$ となる x の範囲は

$$\boxed{\text{キ}}<x<\boxed{\text{ク}}$$

である．

〔2〕　次の $\boxed{\text{ケ}}$ ～ $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

自然数 m，n について，条件 p，q，r を次のように定める．

p： $m+n$ は 2 で割り切れる
q：n は 4 で割り切れる
r：m は 2 で割り切れ，かつ n は 4 で割り切れる

また，条件 p の否定を $\overline{p}$，条件 r の否定を $\overline{r}$ で表す．このとき

p は r であるための $\boxed{\text{ケ}}$．

$\overline{p}$ は $\overline{r}$ であるための $\boxed{\text{コ}}$．

「p かつ q」は r であるための $\boxed{\text{サ}}$．

「p または q」は r であるための $\boxed{\text{シ}}$．

⓪　必要十分条件である
①　必要条件であるが，十分条件でない
②　十分条件であるが，必要条件でない
③　必要条件でも十分条件でもない

第２問（配点　25）

a，b を定数とし，$a \fallingdotseq 0$ とする．2 次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフが点 $(-2, 6)$ を通るとする．
このとき

$$b = -a + \boxed{\text{ア}}$$

であり，グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}\,a},\ \frac{-\left(\boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オ}}\right)^2}{\boxed{\text{カ}}\,a} \right)$$

である．

さらに，2 次関数①のグラフの頂点の y 座標が -2 であるとする．
このとき，a は

$$\boxed{\text{キ}}\,a^2 - \boxed{\text{クケ}}\,a + \boxed{\text{コ}} = 0$$

を満たす．これより，a の値は

$$a = \boxed{\text{サ}},\ \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である．

以下，$a = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるとする．

このとき，2 次関数①のグラフの頂点の x 座標は $\boxed{\text{セ}}$ であり，
①のグラフと x 軸の 2 交点の x 座標は $\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ である．
ただし，$\boxed{\text{ソ}}$ と $\boxed{\text{タ}}$ は解答の順序を問わない．

また，関数①は $0 \leqq x \leqq 9$ において

$x = \boxed{\text{チ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{ツテ}}$ をとり

$x = \boxed{\text{ト}}$ のとき，最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとる．

第３問（配点　30）

△ABC において，AB＝7，BC＝$4\sqrt{2}$，∠ABC＝45° とする．
また，△ABC の外接円の中心を O とする．

このとき，CA＝$\boxed{ア}$ であり，外接円 O の半径は $\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}\sqrt{\boxed{エ}}$ である．

外接円 O 上の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を CD＝$\sqrt{10}$ であるようにとる．
∠ADC＝$\boxed{オカ}$° であるから，AD＝x とすると x は 2 次方程式

$$x^2-\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}\,x-\boxed{ケコ}=0$$

を満たす． $x>0$ であるから AD＝$\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}$ となる．

下の $\boxed{ス}$，$\boxed{セ}$，$\boxed{ツ}$ には，次の⓪～⑤のうちから当てはまるものを一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

⓪ AC　① AD　② AE　③ BA　④ CD　⑤ ED

点 A における外接円 O の接線と辺 DC の延長の交点を E とする．このとき，
∠CAE＝∠$\boxed{ス}$E であるから，△ACE と△D$\boxed{セ}$ は相似である．
これより

$$EA=\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}\sqrt{\boxed{チ}}\,EC$$

である．また，EA²＝$\boxed{ツ}$・EC である．したがって

$$EA=\frac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}\sqrt{\boxed{ニ}}$$

であり，△ACE の面積は $\dfrac{\boxed{ヌネ}}{\boxed{ノ}}$ である．

第４問（配点　25）

さいころを３回投げ，次の規則にしたがって文字の列を作る．ただし，何も書かれていないときや文字が１つだけのときも文字の列と呼ぶことにする．

１回目は次のようにする．

・出た目の数が１，２のときは，文字Ａを書く
・出た目の数が３，４のときは，文字Ｂを書く
・出た目の数が５，６のときは，何も書かない

２回目，３回目は次のようにする．

・出た目の数が１，２のときは，文字の列の右側に文字Ａを１つ付け加える
・出た目の数が３，４のときは，文字の列の右側に文字Ｂを１つ付け加える
・出た目の数が５，６のときは，いちばん右側の文字を削除する．ただし，何も書かれていないときはそのままにする

以下の問いでは，さいころを３回投げ終わったときにできる文字の列について考える．

(1)　文字の列がAAAとなるさいころの目の出方は $\boxed{\text{ア}}$ 通りである．
文字の列がABとなるさいころの目の出方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りである．

(2)　文字の列がＡとなる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ であり，何も書かれていない文字の列となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である．

(3)　文字の列の字数が３となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であり，字数が２となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である．また，文字の列の字数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である．ただし，何も書かれていないときの字数は０とする．