2007 大学入試センター追試験問題　数学Ⅰ・数学Ａ（60 分）（全問必答）

第１問（配点　20）

〔1〕

(1)　2 次方程式$13x^2+2x-2=0$の二つの解のうち，大きい方をαとすると

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{2}$$

である．

(2)　$(1+x)^4$の展開式におけるx^2の係数は$\boxed{\text{エ}}$である．

また，nを 2 以上の自然数とするとき

$(1+2x)^n$

の展開式におけるx^2の係数が 60 となるのは，$n=\boxed{\text{オ}}$のときである．

〔2〕　次の$\boxed{\text{カ}}$～$\boxed{\text{コ}}$に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

(1)　mとnを整数とし，条件p，q，rを次のように定める．

p：mnは偶数
q：mとnはともに偶数
r：mまたはnは偶数

このとき

pはqであるための$\boxed{\text{カ}}$．

qはrであるための$\boxed{\text{キ}}$．

(2)　命題「方程式$x^2+x-18=0$は整数の解をもつ」は，$\boxed{\text{ク}}$．

命題「方程式$x^2+x-20=0$は整数の解をもつ」は，$\boxed{\text{ケ}}$．

(3)　自然数kが奇数であることは，方程式$x^2+x-k=0$が整数の解をもたないための$\boxed{\text{コ}}$．

⓪　必要十分条件である
①　必要条件であるが，十分条件でない
②　十分条件であるが，必要条件でない
③　必要条件でも十分条件でもない
④　真である
⑤　偽である

第２問（配点　25）

a，b，c を定数とし，$a>0$ とする．x の 2 次関数

$$y=ax^2+bx+c$$

のグラフを G とし，グラフ G は x 軸より上側にあるものとする．

(1)　x 軸上に 3 点

$$\mathrm{P_1}(2\,,0)\,,\ \mathrm{P_2}(4\,,0)\,,\ \mathrm{P_3}(6\,,0)$$

をとり，グラフ G 上に 3 点 $\mathrm{Q_1}$，$\mathrm{Q_2}$，$\mathrm{Q_3}$ を

点 $\mathrm{Q_1}$ の x 座標は 2，点 $\mathrm{Q_2}$ の x 座標は 4，点 $\mathrm{Q_3}$ の x 座標は 6

であるようにとる．

台形 $\mathrm{P_1P_2Q_2Q_1}$ の面積を S_1，台形 $\mathrm{P_1P_3Q_3Q_1}$ の面積を S_2 とするとき

$$S_1=2\left(\boxed{\text{アイ}}\,a+\boxed{\text{ウ}}\,b+c\right)$$

$$S_2=4\left(\boxed{\text{エオ}}\,a+\boxed{\text{カ}}\,b+c\right)$$

である．

三角形 $\mathrm{Q_1Q_2Q_3}$ の面積が 16 であるとき

$$a=\boxed{\text{キ}}$$

である．

(2)　$a=\boxed{\text{キ}}$ であり，グラフ G が点 $(-2\,,2)$ を通るとする．グラフ G が表す放物線の頂点の座標を b を用いて表すと

$$\left(\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\,b\,,\ \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}\,b^2+\boxed{\text{セ}}\,b-\boxed{\text{ソ}}\right)$$

となる．グラフ G が x 軸より上側にあるので，b の値の範囲は

$$\boxed{\text{タ}}<b<\boxed{\text{チツ}}$$

である．

さらに，関数 $y=\boxed{\text{キ}}\,x^2$ のグラフを x 軸方向に -2，y 軸方向に k だけ平行移動したグラフを H とする．グラフ H がグラフ G に重なるのは

$$b=\boxed{\text{テ}}\,,\ c=\boxed{\text{トナ}}\,,\ k=\boxed{\text{ニ}}$$

のときである．

第３問（配点　25）

円周を 12 等分した点を反時計回りの順に $P_1, P_2, P_3, \cdots, P_{12}$ とする．このうち異なる 3 点を選び，それらを頂点とする三角形を作る．

(1)　このようにして作られる三角形の個数は全部で $\boxed{\text{アイウ}}$ 個である．このうち正三角形は $\boxed{\text{エ}}$ 個で，直角二等辺三角形は $\boxed{\text{オカ}}$ 個である．

(2)　このようにして作られる三角形が，正三角形でない二等辺三角形になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である．また，直角三角形になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である．

(3)　このようにして作られる三角形の形によって，次のように得点を定める．

正三角形のとき　5 点
直角二等辺三角形のとき　3 点
正三角形でなく直角二等辺三角形でもない二等辺三角形のとき　2 点
直角二等辺三角形でない直角三角形のとき　1 点
上のいずれでもないとき　0 点

このとき，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ 点である．

注　直角二等辺三角形とは，二つの辺の長さが等しい直角三角形のことである．

第４問（配点　30）

△ABC において，AB＝7，BC＝3 である．△ABC の内心を I とする．
AI の延長と辺 BC との交点を D とし，BI の延長と辺 AC との交点を E とする．
4 点 C，E，I，D は同一円周上にあるものとする．

下の文章中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$，$\boxed{\text{エオ}}$ については，当てはまる文字を A～E のうちから選べ．

(1)　∠BCA＝∠AI $\boxed{\text{ア}}$ ＝∠B $\boxed{\text{イウ}}$ ＋∠A $\boxed{\text{エオ}}$ であるから，

∠BCA＝ $\boxed{\text{カキ}}$ ° である．したがって，CA＝ $\boxed{\text{ク}}$ である．また

$$\mathrm{BD}=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}},\quad \mathrm{BI}\cdot\mathrm{BE}=\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である．

(2)　△ABC の外接円の半径は

$$\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である．また，△ABC の面積は $\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ であり，△ABC の内接円の半径は

$$\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

である．