高校Ⅱ年数学B2学期中間考査　1,2 組 ____ 番氏名 解答　(20/10/19)

1 次の式で表される図形の名称を枠内から選べ。

円, 楕円, 虚円, 双曲線, 放物線

(1) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{9}=1$　(各2)

円

(2) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

楕円

(3) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$

双曲線

(4) $\frac{x^2}{9}-\frac{y}{9}=-1$

放物線

(5) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{9}=-1$

虚円

2 2 次不等式を解け。(各3)

プリントから。

(1) $2x^2+x-6<0$

$$\begin{array}{ccc} 2 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 4 \\ \hline 2 & -6 & 1 \end{array}$$

$(2x-3)(x+2)<0$

$-2<x<\frac{3}{2}$

(2) $9x^2+1\leqq 6x$

$9x^2-6x+1\leqq 0$

$(3x-1)^2\leqq 0$

$x=\frac{1}{3}$

(3) $x^2-x+3>0$

$x^2-x+3=0$

$x=\frac{1\pm\sqrt{1-12}}{2}$

すべての実数

(4) $x^2-x+\frac{1}{4}>0$

$(x-\frac{1}{2})^2>0$

$x=\frac{1}{2}$ 以外のすべての実数

(5) $-x^2+7x-10>0$

$x^2-7x+10<0$

$(x-2)(x-5)<0$

$2<x<5$

(6) $2x^2+5x-1>0$

$2x^2+5x-1=0$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+8}}{4}$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$

$x<\frac{-5-\sqrt{33}}{4},\ \frac{-5+\sqrt{33}}{4}<x$

3 次の三角関数の値や角度を求めよ。(7点)

(1) $\sin\frac{\pi}{6}$

$=\frac{1}{2}$

(2) $\cos\frac{5}{3}\pi$

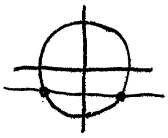
$=\frac{1}{2}$

①

(3) $\tan\frac{5}{4}\pi$

$=1$

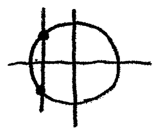
(4) $\sin\theta=-\frac{1}{2}$　$(0\leqq\theta<2\pi)$



$\theta=\frac{7}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi$

②

(5) $\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$　$(0\leqq\theta<2\pi)$



$\theta=\frac{5}{6}\pi,\ \frac{7}{6}\pi$

4 次の 2 次曲線の焦点の座標を求めよ。(各3)

(1) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$

$a=2,\ b=\sqrt{5}$

$(\pm\sqrt{4+5},0)$ より $(\pm 3,0)$

(2) $x^2+\frac{y^2}{5}=1$

$a=1,\ b=\sqrt{5}$

$(0,\pm\sqrt{5-1})$ より $(0,\pm 2)$

(3) $y^2=x$

$y^2=4\cdot\frac{1}{4}x$

$p=\frac{1}{4}$

$(\frac{1}{4},0)$

(4) $x^2+2y=0$

$x^2=-2y$

$x^2=4\cdot(-\frac{1}{2})y$

$p=-\frac{1}{2}$

$(0,-\frac{1}{2})$

(5) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{8}=-1$

$a=3,\ b=2\sqrt{2}$

$(0,\pm\sqrt{9+8})$ より $(0,\pm\sqrt{17})$

(6) $4x^2+y^2=1$

$\frac{x^2}{(\frac{1}{2})^2}+y^2=1$

$(0,\pm\sqrt{1-\frac{1}{4}})$

$a=\frac{1}{2}\ \ b=1$

$(0,\pm\frac{\sqrt{3}}{2})$

5 次の座標の個数を求めよ。(各2)

(1) $y^2=3x$ の頂点　　(0.0)

放物線なので　1個

(2) $2(x-3)^2+(y-3)^2=8$ の頂点　　(5,3)、(1,3) (3, 3+2√3)、(3, 3-2√3)

楕円なので　4個

(3) $\frac{(x-2)^2}{16}-\frac{(x-3)^2}{9}=1$ の頂点　　(6,3)、(-2,3)

双曲線なので　2個

6 次の共有点の個数を求めよ (調べよ)。(15点)

③ (1) $y=x^2-4$ と $y=x$ の共有点

$x^2-4=x$

$x^2-x-4=0$

判別式 $D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-4)=17>0$

2個

④ (2) $x^2+y^2=4$ と $y=kx+1$ の共有点

$x^2+(kx+1)^2-4=0$

$x^2+k^2x^2+2kx+1-4=0$

$(k^2+1)x^2+2kx-3=0$　①

判別式 $\frac{D}{4}=k^2-(k^2+1)\cdot(-3)$

$=k^2+3k^2+3$

$=4k^2+3>0$　③　　2個

⑧ (3) $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ と $y=x+k$ の共有点

$\frac{x^2}{4}-(x+k)^2=1$

$x^2-4(x+k)^2-4=0$

$x^2-4x^2-8kx-4k^2-4=0$

$-3x^2-8kx-4k^2-4=0$　②

$3x^2+8kx+4k^2+4=0$

判別式 $D/4=(4k)^2-3(4k^2+4)$

$=16k^2-12k^2-12$

$=4k^2-12$　③

$4k^2-12>0$　　$4k^2-12=0$　　$4k^2-12<0$

$(k+\sqrt{3})(k-\sqrt{3})>0$　　$k=\pm\sqrt{3}$　　$-\sqrt{3}<k<\sqrt{3}$

$k<-\sqrt{3},\ \sqrt{3}<k$

2つ

答のみ ⑥

答
$k<-\sqrt{3},\ \sqrt{3}<k$　2個
$k=\pm\sqrt{3}$　1個
$-\sqrt{3}<k<\sqrt{3}$　0個　(各1)

7 次の直線の式を求めよ。(14点)

② (1) $y=2x+1$ を x 軸方向に $+1$ 平行移動した直線

$y=2(x-1)+1$

$y=2x-2+1$

$y=2x-1$

47

④ (2) $\frac{x^2}{9}-y^2=1$ の漸近線で傾きが正の直線

$a=3,\ b=1$

$y=\frac{1}{3}x$

⑧ (3) 点 (2,0) から $x^2+y^2=3$ に引いた接線

$y=m(x-2)$ を与式に代入　$x^2+\{m(x-2)\}^2=3$

$x^2+m^2(x^2-4x+4)-3=0$

$x^2+m^2x^2-4m^2x+4m^2-3=0$　① ③

$(m^2+1)x^2-4m^2x+4m^2-3=0$

判別式 $\frac{D}{4}=(-2m^2)^2-(m^2+1)\cdot(4m^2-3)$

$=4m^4-4m^4-m^2+3$

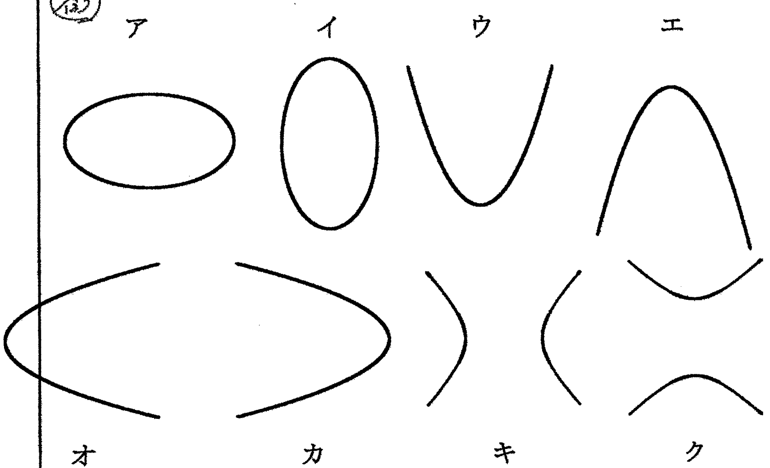
$=-m^2+3=0$

$m=\pm\sqrt{3}$

$y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$

$y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$

8 次の式で表される図形の概形をア〜クから選べ。(各3)



(1) $x^2-4y^2=16$

$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$　　キ

51

(2) $x^2-2y^2+4x-8y=0$　　$\frac{(x+2)^2}{4}-\frac{(y+2)^2}{2}=-1$

$x^2+4x+4-2(y^2+4y+4)=-4$

$(x+2)^2-2(y+2)^2=-4$　　ク

(3) $y^2+2y-4x-3=0$

$(y+1)^2=4x+3+1$

$=4(x+1)$　　オ

(4) $4x^2+16x+3y^2-6y+7=0$

$4(x^2+4x+4)+3(y^2-2y+1)+7-16-3=0$

$4(x+2)^2+3(y-1)^2=12$

$\frac{(x+2)^2}{3}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$　　イ

高校Ⅱ年数学Ⅱ２学期中間考査　４組＿番氏名 解答 (20/10/21)

$\boxed{1}$ 次の関数を微分せよ。 ⑨

(1) $y=\cos x$ ②

$y'=-\sin x$

(2) $y=\log_3 x$ ③

$y'=\dfrac{1}{x\log 3}$

(3) $y=x^{\sin x}$ (対数微分法を用いる) ④

272 (3)

$\log y=\log x^{\sin x}$

$=\sin x\log x$

両辺を x で微分して

$\dfrac{1}{y}\cdot\dfrac{dy}{dx}=\cos x\cdot\log x+\sin x\cdot\dfrac{1}{x}$

$\dfrac{dy}{dx}=x^{\sin x}\left(\cos x\cdot\log x+\dfrac{\sin x}{x}\right)$

$\boxed{2}$ 曲線 $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ について次の問いに答えよ。 ⑯

(1) 図形の名称を漢字１字で書け。 ③

円

(2) x と y の関係式で表せ。 ④

$x^2+y^2=1$

(3) $\frac{dy}{dx}$ を θ を用いて表せ。 ④

$\dfrac{dx}{d\theta}=-\sin\theta$

$\dfrac{dy}{d\theta}=\cos\theta$ ①

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\dfrac{\cos\theta}{-\sin\theta}$

$=-\dfrac{1}{\tan\theta}$

(4) $\theta=\frac{\pi}{3}$ における接線の式を求めよ。 ⑤

$\theta=\frac{\pi}{3}$ のとき $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{1}{\tan\frac{\pi}{3}}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ①

$x=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$　$y=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

求める直線は 点 $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ を通り
傾き $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ の直線 ①

$y-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$

$y=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}x+\dfrac{1}{2\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$

$\boxed{3}$ 次の増減表の空所に値, +, −, ↗(上に凸), ↘(上に凸), ↘(下に凸), ↗(下に凸) を埋めよ。 ⑨

(1) $y=x\log x-x$ ④

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	×	−	0	+
y''	×	+	+	+
y	0	↘	−1	↗

$y'=1\cdot\log x+x\cdot\frac{1}{x}-1$

$y'=\log x$

$y''=\frac{1}{x}$

(2) $y=x^4-6x^2-3$ $(x\geqq 0)$ ⑤

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	$\sqrt{3}$	$\cdots$
y'	0	−	−	−	0	+
y''	−	−	0	+	+	+
y	−3	↘	−8	↘	−12	↗

$y'=4x^3-12x$

$=4x(x^2-3)$

$y''=12x^2-12$

$=12(x+1)(x-1)$

$\boxed{4}$ $f(x)=e^x, g(x)=\log_3 x$ について次の問いに答えよ。 ⑱

(1) $\log_3 e$ と $\log 3$ の関係を漢字２文字で答えよ。 ②

逆数

(2) $g(x)$ と $y=3^x$ の関係を漢字３文字で答えよ。 ②

逆関数

(3) 対数方程式 $\log_3 x=\frac{1}{\log 3}$ を解け。 ②

(1)より $\log_3 x=\log_3 e$

$x=e$

(4) $f(x)$ の $(0,1)$ における接線を求めよ。 ⑤

$f'(x)=e^x$　$f'(0)=1$

$y-1=1(x-0)$ ③

$y=x+1$

(5) $g(x)$ に原点から引いた接線を求めよ。 ⑦

接点 $(t,\log_3 t)$ とおく

$g'(x)=\dfrac{1}{x\log 3}$　$g'(t)=\dfrac{1}{t\log 3}$

接線は

$y-\log_3 t=\dfrac{1}{t\log 3}(x-t)$ となり ②

これが原点を通るから

$-\log_3 t=\dfrac{1}{t\log 3}\cdot -t$

$\log_3 t=\dfrac{1}{\log 3}$

$t=e$ ③

よって

$g'(e)=\dfrac{1}{e\log 3}$

求める式は

$y=\dfrac{1}{e\log 3}x$

高校Ⅱ年数学Ⅱ２学期中間考査　５組＿＿番氏名 速報 (20/10/21)

1 接線を求めよ。 7

(1) $y=\sin x$ の点 $(\frac{\pi}{2},1)$ における接線 (答えのみ)

2

$y=1$

(2) $y=\log x$ の点 $(\sqrt{e},\frac{1}{2})$ における接線 282 (4)

5

$y'=\frac{1}{x}$ 2　$x=\sqrt{e}$ のとき $y'=\frac{1}{\sqrt{e}}$

接線は $y-\frac{1}{2}=\frac{1}{\sqrt{e}}(x-\sqrt{e})$ 3

$y=\frac{1}{\sqrt{e}}x-1+\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{\sqrt{e}}x-\frac{1}{2}$

2 曲線 $\begin{cases} x=2\sin\theta \\ y=\cos\theta \end{cases}$ について次の問いに答えよ。 19

(1) この曲線の図形の名称を漢字２字で書け。

2

$\frac{x}{2}=\sin\theta$, $y=\cos\theta$　$\frac{x^2}{4}+y^2=1$　楕円

(2) $\frac{dy}{dx}$ を θ を用いて表せ。

4

$\frac{dx}{d\theta}=2\cos\theta$　$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{-\sin\theta}{2\cos\theta}=-\frac{1}{2}\tan\theta$

$\frac{dy}{d\theta}=-\sin\theta$ 2

(3) $\theta=\frac{\pi}{3}$ における接線の式を求めよ。

5

$\theta=\frac{\pi}{3}$ のとき $x=2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$, $y=\frac{1}{2}$

接点 $(\sqrt{3},\frac{1}{2})$ 1

$\frac{dy}{dx}$ に $\theta=\frac{\pi}{3}$ を代入して $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

接線 $y-\frac{1}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}(x-\sqrt{3})$ 3

$y=-\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$

$y=-\frac{\sqrt{3}}{2}x+2$

(4) この曲線のどの接線も原点を通らないことを証明せよ。

8

接点に対応する角を α とおく

接点 $(2\sin\alpha, \cos\alpha)$　傾き $-\frac{1}{2}\tan\alpha$

接線は $y-\cos\alpha=-\frac{1}{2}\tan\alpha(x-2\sin\alpha)$ ―①

①が原点を通るので

$-\cos\alpha=-\frac{1}{2}\tan\alpha\cdot -2\sin\alpha$

$-\cos\alpha=\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$

$-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$

これをみたす α は存在しない

3 次の関数の上に凸の x の範囲を求めよ。 10

5 (1) $y=x^4-8x^3+18x^2+72x+100$

$y'=4x^3-24x^2+36x+72$ 2

$y''=12x^2-48x+36$

$=12(x^2-4x+3)$ 3

$=12(x-1)(x-3)$

$y''<0$ のとき

$1<x<3$

5 (2) $y=\frac{1}{x^2+1}$

$y'=\frac{-2x}{(x^2+1)^2}$ 2

$y''=\frac{-2(x^2+1)^2+2x\cdot 2(x^2+1)\cdot 2x}{(x^2+1)^4}$

$=\frac{-2(x^4+2x^2+1)+8x^4+8x^2}{(x^2+1)^4}$

$=\frac{6x^4+4x^2-2}{(x^2+1)^4}$ 3

$=\frac{2(3x^4+2x^2-1)}{(x^2+1)^4}$

$=\frac{2(3x^2-1)(x^2+1)}{(x^2+1)^4}$

$=\frac{2(3x^2-1)}{(x^2+1)^3}$

$-\frac{\sqrt{3}}{3}<x<\frac{\sqrt{3}}{3}$

4 $f(x)=e^x, g(x)=\log_3 x$ について次の問いに答えよ。 16

2 (1) $\log_3 e$ と $\log 3$ の関係を漢字２文字で答えよ。

逆数

2 (2) 値 $3^{\frac{1}{\log 3}}$ を求めよ。

与式 $=3^{\log_3 e}=e$

(3) $g(x)$ と $y=3^x$ の関係を漢字３文字で答えよ。

2

逆関数

(4) $f(x)$ に原点から引いた接線を求めよ。

5

接点を (t, e^t) とおく

$f'(x)=e^x$　$f'(t)=e^t$

接線は

$y-e^t=e^t(x-t)$ となり

これが原点を通るので

$0-e^t=e^t\cdot -t$

$t=1$

求める接線

$y-e=e(x-1)$

$y=ex$

5 (5) $g(x)$ に原点から引いた接線を求めよ。

接点を $(p, \log_3 p)$ とおく

$g'(x)=\frac{1}{x\log 3}$　$g'(p)=\frac{1}{p\log 3}$

接線は

$y-\log_3 p=\frac{1}{p\log 3}(x-p)$ となり 2

これが原点を通るので

$0-\log_3 p=\frac{-p}{p\log 3}$

$\log_3 p=\frac{1}{\log 3}$ 3

$p=e$

接線は

$y=\frac{1}{e\log 3}x$

5 $f(x)=\frac{\log x}{x}$ について次の問いに答えよ。 23

2 (1) 定義域を求めよ。(答のみ) 3/13(4)

$x>0$

3 (2) $f'(x)$ を求めよ。

$f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x-\log x}{x^2}$

$=\dfrac{1-\log x}{x^2}$

4 (3) $f''(x)$ を求めよ。

$f''(x)=\dfrac{1}{x^4}\left\{-\frac{1}{x}\cdot x^2-(1-\log x)\cdot 2x\right\}$

$=-\dfrac{1}{x^3}\left\{1+2(1-\log x)\right\}$

$=-\dfrac{1}{x^3}(3-2\log x)$ $\qquad \dfrac{1}{x^3}(2\log x-3)$

3 (4) 方程式 $f'(x)=0$ の解を求めよ。

$\dfrac{1-\log x}{x^2}=0$

$1-\log x=0$

$x=e$

4 (5) 方程式 $f''(x)=0$ の解を求めよ。

$-\dfrac{1}{x^3}(3-2\log x)=0$ $\qquad e^{\frac{3}{2}}$

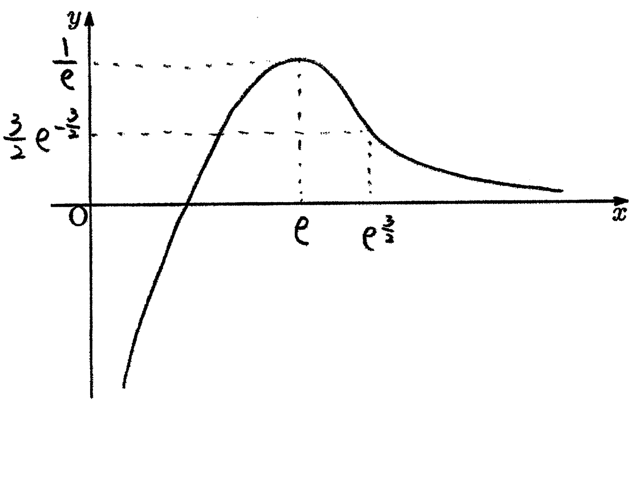
$3-2\log x=0$

$\log x=\dfrac{3}{2}$

4 (6) 増減表の空所に値, +, −, ↗, ↘, ↘, ↗ を埋めよ。

x	0	…	e	…	$e^{\frac{3}{2}}$	…
y'	×	+	0	−	−	−
y''	×	−	−	−	0	+
y	×	↗	$\frac{1}{e}$	↘	$\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}}$	↘

3 (7) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x}=0$ に注意してグラフをかけ。



6 $f(x)=\sin^2 x\ (0\leqq x\leqq\pi)$ について次の問いに答えよ。 25

2 (1) 加法定理 $\cos(\alpha+\beta)$ を書け。

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

3 (2) $f(x)$ を $\cos 2x$ を使って表せ。

$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$ $\qquad -2f(x)=\cos 2x-1$

$=1-\sin^2 x-\sin^2 x$ $\qquad f(x)=\frac{1}{2}(1-\cos 2x)$

$=1-2\sin^2 x$

$\cos 2x=1-2f(x)$

3 (3) $f'(x)$ を求めよ。

$f'(x)=2\sin x\cos x$

$\left(f'(x)=\left(-\frac{1}{2}\cos 2x\right)'=-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot -\sin 2x=\sin 2x\right)$

3 (4) 方程式 $f'(x)=0$ を解け。

$\sin 2x=0$ $\qquad 2x=0,\ \pi,\ 2\pi$

$0\leqq x\leqq\pi$

$0\leqq 2x\leqq 2\pi$ $\qquad x=0,\ \frac{\pi}{2},\ \pi$

答!

3 (5) $f''(x)$ を $\cos 2x$ を用いて表せ。

$f''(x)=\cos 2x\cdot 2$ $\qquad \left[f''(x)=2(\cos^2 x-\sin^2 x)\right.$

$=2\cos 2x$ $\qquad \left.=2\cos 2x\right]$

3 (6) 方程式 $f''(x)=0$ の解を求めよ。

$2\cos 2x=0$ $\qquad x=\frac{\pi}{4},\ \frac{3}{4}\pi$

$\cos 2x=0$

$2x=\frac{\pi}{2},\ \frac{3}{2}\pi$

5 (7) 増減表の空所に値, +, −, ↗, ↘, ↘, ↗ を埋めよ。

x	0	…	$\frac{\pi}{4}$	…	$\frac{\pi}{2}$	…	$\frac{3}{4}\pi$	…	π
y'	0	+	+	+	0	−	−	−	0
y''	+	+	0	−	−	−	0	+	+
y	0	↗	$\frac{1}{2}$	↗	1	↘	$\frac{1}{2}$	↘	0

3 (8) グラフをかけ。