高校Ⅱ年数学B1学期期末考査 ＿＿組＿＿番氏名 解答 (20/07/20)

1 空欄を埋めよ。(9点)

① (1)「きょくけいしき」を漢字で書くと 極形式

① (2)「ふくそすう」を漢字で書くと 複素数

① (3)「へんかく」を漢字で書くと 偏角

② (4) 加法定理 $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

② (5) 加法定理 $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

② (6) 公式 $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

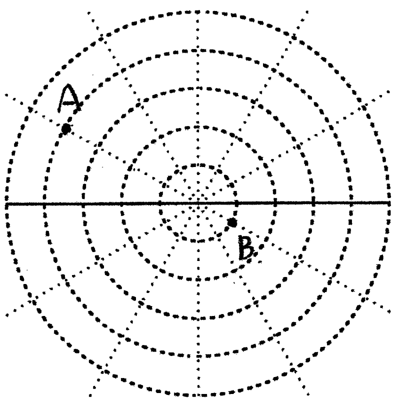
2 次の「ふくそすう」を図示せよ。(11点)

③ (1)A: $-2\sqrt{3}+2i$

$= 4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right) = 4(\cos 150^\circ + i\sin 150^\circ)$

② (2)B: $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

$= \cos\frac{11}{6}\pi + i\sin\frac{11}{6}\pi$



③ (3)C: $(1-i)^2$

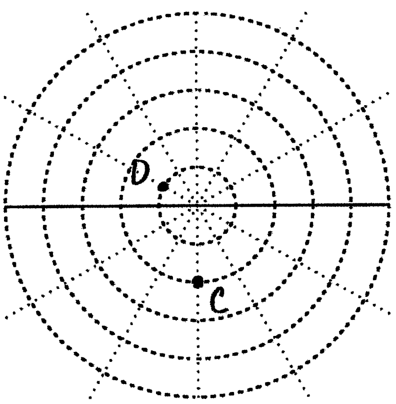
$= \left\{\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)\right\}^2 = 2\left(\cos\frac{7}{4}\pi + i\sin\frac{7}{4}\pi\right)^2$

$= 2\left(\cos\frac{7}{2}\pi + i\sin\frac{7}{2}\pi\right)$

③ (4)D: $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

$= (\cos 30^\circ + i\sin 30^\circ)(\cos 120^\circ + i\sin 120^\circ)$

$= \cos 150^\circ + i\sin 150^\circ$



3 次の「ふくそすう」を「きょくけいしき」で表せ。(20点) 各4

(1) $2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$

$= 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

(2) $-3i$

$= 3(\cos 270^\circ + i\sin 270^\circ)$

(3) $(\sqrt{3}+3i)^4$

$= \left\{2\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right\}^4$

$= 2\sqrt{3}^4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^4$

$= 144\left(\cos\frac{4}{3}\pi + i\sin\frac{4}{3}\pi\right)$ $\frac{4}{3}\pi$ ①

(4) $x^2-x+1=0$ の2解

$x = \frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$ ②

$\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ$ $\cos 300^\circ + i\sin 300^\circ$

(5) 1の3乗根すべて

$x^3 = 1$

$x^3 - 1 = 0$

$(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$x = 1$ ①

or

$x = \frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ ②

$\cos 0^\circ + i\sin 0^\circ$ $\cos 120^\circ + i\sin 120^\circ$ $\cos 240^\circ + i\sin 240^\circ$

4 次の角度を求めよ。(20点) 各4

(1) 弧度法 $\frac{13}{24}\pi$ の度数法

97.5°

(2) $106i$ の「へんかく」

90°

(3) $(\sqrt{3}+i)^{36}$ の「へんかく」

$= 2^{36}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^{36}$

$= 2^{36}(\cos 30^\circ + i\sin 30^\circ)^{36}$

$= 2^{36}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)^{36}$

$\frac{\pi}{6}\times 36 = 6\pi$

(4) 3 点 $A(1+i), B(\sqrt{3}+1+2i), C(1+3i)$ について $\angle BAC$

$\sqrt{3}+1+2i-(1+i)=\sqrt{3}+i$
$1+3i-(1+i)=2i$

答のみ ②

$\frac{\sqrt{3}+i}{2i}=\frac{-1+\sqrt{3}i}{-2}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ②

$\arg\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=-60^\circ,\ 300^\circ,\ -\frac{\pi}{3},\ \frac{5}{3}\pi$

(5) 方程式 $z^3=i$ の解の「へんかく」すべて

各1 式①

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ とおく

$z^3=r^3(\cos 3\theta+i\sin 3\theta)=\cos 90^\circ+i\sin 90^\circ$

$r=1$　$3\theta=90^\circ$　$3\theta=450^\circ$　$3\theta=810^\circ$
　　$\theta=30^\circ$　$\theta=150^\circ$　$\theta=270^\circ$

$\langle 0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ より $0^\circ \leq 3\theta < 1080^\circ \rangle$

30°　150°　270°

5 次の値求めよ。(20 点) 各4

(1) $195\times 24\div 360$

$=13$

(2) $|7-3i|$

$=\sqrt{7^2+(-3)^2}=\sqrt{49+9}=\sqrt{58}$

(3) $\alpha=i, \beta=1-2i$ の α, β 間の距離

$\beta-\alpha=1-2i-i=1-3i$ ②

$\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$

(4) $(1+\sqrt{3}i)^7$ の絶対値

$=2^7\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^7$

$2^7=128$

(5) $(\cos 30^\circ+i\sin 30^\circ)^6$

$=\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)^6$

$=\cos\pi+i\sin\pi$ ②

$=-1$

6 次の「ふくそすう」を求めよ。(20 点) 各4

(1) $\frac{3+2i}{2-3i}$

$=\frac{(3+2i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)}$

$=\frac{6+9i+4i-6}{4+9}$

$=\frac{13}{13}i=i$

(2) 絶対値が 2 でへんかくが $\frac{5}{6}\pi$

$2\left(\cos\frac{5}{6}\pi+i\sin\frac{5}{6}\pi\right)$ ②

$=2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)$

$=-\sqrt{3}+i$

(3) $(\cos\frac{5}{12}\pi+i\sin\frac{5}{12}\pi)^3$

$=\cos\frac{5}{4}\pi+i\sin\frac{5}{4}\pi$ ③

$=-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i$

(4) $(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)^7$

$=\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)^7$

$=\cos\frac{7}{3}\pi+i\sin\frac{7}{3}\pi$

$=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

③

(5) $\alpha=-2+3i$ の周りに $\beta=5+4i$ を $\frac{\pi}{3}$ 回転させた点

$\beta-\alpha=5+4i-(-2+3i)=7+i$

$(7+i)\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)+(-2+3i)$

$=\frac{1}{2}(7+i)(1+\sqrt{3}i)-2+3i$

$=\frac{1}{2}(7+7\sqrt{3}i+i-\sqrt{3})-2+3i$

$=\frac{3-\sqrt{3}}{2}+\frac{7+7\sqrt{3}}{2}i$

高校Ⅱ年数学Ⅱ１学期期末考査　４組 ＿＿番氏名 解答 (20/07/15)

1 空欄を埋めよ。(19 点)

●加法定理 $\cos(\alpha+\beta) = \boxed{ア}$ より

ア $\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ ②

●倍角の公式 $\cos 2\theta = \boxed{イ}$ が導ける

イ $\cos^2\theta - \sin^2\theta$ ②

● $y = 2^{x+2}$ の逆関数は $y = \log_2 x - \boxed{ウ}$ 　ウ 2 ②

● $y = \frac{1}{2}x - 5$ の逆関数は $y = \boxed{エ}x + \boxed{オ}$ 　エ 2 オ 10 ②

● $f(x) = 3x, g(x) = x + 2$ のとき

$(f \circ g)(x) = \boxed{カ}x + \boxed{キ}$ 　カ 3 キ 6 ②

$(f \circ f)(x) = \boxed{ク}x + \boxed{ケ}$ 　ク 9 ケ 0 ②

$(g \circ f)(x) = \boxed{コ}x + \boxed{サ}$ 　コ 3 サ 2 ②

●循環小数 $0.242424\cdots = \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ 　シ 8 ス 33 ③

● $(a+b)^8$ に二項定理を利用し, $a = 1, b = 1$ として

$2^8 = 1 + 8 + 28 + 56 + \boxed{セ} + 56 + 28 + 8 + 1$ 　セ 70 ②

2 方程式, 不等式を解け。(12 点)

(1) $\frac{2}{x+3} = x + 4$

$2 = (x+4)(x+3)$

$x^2 + 7x + 12 - 2 = 0$

$x^2 + 7x + 10 = 0$

$(x+2)(x+5)$

$x = -2, -5$

(2) $\sqrt{x-2} = 8 - x$

$x - 2 = (8-x)^2$

$x - 2 = x^2 - 16x + 64$

$x^2 - 17x + 66 = 0$

$(x-11)(x-6) = 0$

$x = 11, 6$

$x - 2 > 0$
$8 - x > 0$ より
$2 < x < 8$

$x = 6$

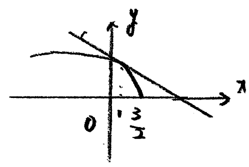
(3) $\sqrt{3-2x} < -x + 2$

$\sqrt{3-2x} = -x + 2$ として

$3 - 2x = x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x = 1$



$x < 1, \ 1 < x \leqq \frac{3}{2}$

(4) $\frac{3x-6}{x-1} > -x + 2$

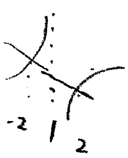
$\frac{3x-6}{x-1} = -x + 2$ として

$3(x-2) = -(x-2)(x-1)$

$x \neq 2$ として

$3 = -x + 1$

$x = -2$



$-2 < x < 1$

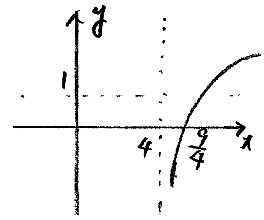
$x > 2$

3 次のグラフをかけ。(12 点) 各3

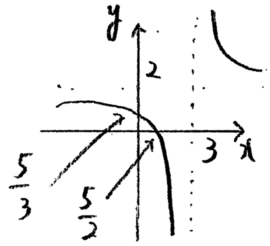
(1) $y = \log_2 2(x-4)$

$y = \log_2 2 + \log_2(x-4)$

$y = 1 + \log_2(x-4)$



(2) $y = \frac{1}{x-3} + 2$



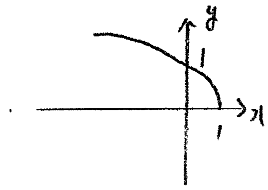
$y = 0$ で $\frac{1}{x-3} = -2$

$x - 3 = -\frac{1}{2}$

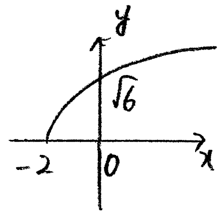
$x = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$x = 0$ で $\frac{1}{-3} + 2 = \frac{5}{3}$

(3) $y = \sqrt{1-x}$



(4) $y = \sqrt{3x+6}$



4 次の数列の極限 (値) を求めよ。(15 点)

(1) $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + 2, a_1 = 1$ ④

$x = \frac{1}{3}x + 2$

$\frac{2}{3}x = 2$

$x = 3$ ②

$a_{n+1} - 3 = \frac{1}{3}(a_n - 3)$

数列 $\{a_n - 3\}$ は初項 -2 公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列

$a_n - 3 = -2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$a_n = -2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 3$ ③

$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\left\{-2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 3\right\} = 3$

高校Ⅱ年数学Ⅱ１学期期末考査　５組＿＿番氏名　解答　(20/07/15)

1 空欄を埋めよ。(19 点)

● $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2+ax+b}{x^2-1}=5\cdots$① について

分母: $\displaystyle\lim_{x\to1}(x^2-1)=\boxed{ア}$　ア　0　②　であるから

分子: $\displaystyle\lim_{x\to1}(x^2+ax+b)=\boxed{ア}$ となり

① $=\dfrac{a+\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ となる。よって　イ　2　ウ　2　②

$a=\boxed{エ}, b=\boxed{オ}$　エ　8　オ　-9　②

● $y=2^{x+2}$ の逆関数は $y=\log_2 x-\boxed{カ}$　カ　2　②

● $y=\frac{1}{2}x-5$ の逆関数を微分すると $y'=\boxed{キ}$　キ　2　②

● $f(x)=3x, g(x)=x+2$ のとき

$\{(f\circ g)(x)\}'=\boxed{ク}$　ク　3　②

$\{(f\circ f)(x)\}'=\boxed{ケ}$　ケ　9　②

●循環小数 $0.242424\cdots=\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$　コ　8　サ　33　②

● $(a+b)^8$ に二項定理を利用し, $a=1, b=1$ として

$2^8=1+8+28+56+\boxed{シ}+56+28+8+1$　シ　70　②

2 方程式, 不等式を解け。(12 点)　各3

(1) $\frac{2}{x+3}=x+4$

$2=(x+4)(x+3)$

$x^2+7x+12-2=0$

$x^2+7x+10=0$

$(x+2)(x+5)$

$x=-2,-5$

(2) $\sqrt{x-2}=8-x$

$x-2=(8-x)^2$

$x-2=x^2-16x+64$

$x^2-17x+66=0$

$(x-11)(x-6)=0$

$x=11, 6$

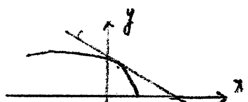
$x-2>0$

$8-x>0$ より

$2<x<8$

$x=6$

(3) $\sqrt{3-2x}<-x+2$



$\sqrt{3-2x}=-x+2$ として

$3-2x=x^2-4x+4$

$x^2-2x+1=0$

$x=1$

$x<1,\ 1<x\leqq\frac{3}{2}$

(4) $\frac{3x-6}{x-1}>-x+2$

$\frac{3x-6}{x-1}=-x+2$ として

$3(x-2)=-(x-2)(x-1)$

$x\neq2$ として

$3=-x+1$

$x=-2$

$-2<x<1$

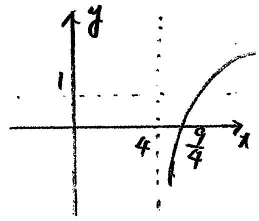
$x>2$

3 次のグラフをかけ。(12 点)　各3

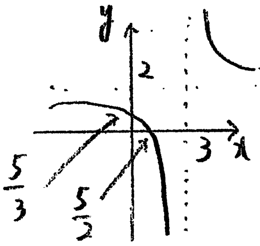
(1) $y=\log_2 2(x-4)$

$y=\log_2 2+\log_2(x-4)$

$y=1+\log_2(x-4)$



(2) $y=\frac{1}{x-3}+2$



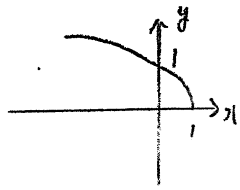
$y=0$ で $\frac{1}{x-3}=-2$

$x-3=-\frac{1}{2}$

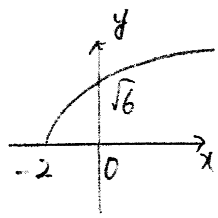
$x=3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

$x=0$ で $\frac{1}{-3}+2=\frac{5}{3}$

(3) $y=\sqrt{1-x}$



(4) $y=\sqrt{3x+6}$



4 次の数列の極限 (値) を求めよ。(15 点)

(1) $a_{n+1}=\frac{1}{3}a_n+2, a_1=1$

$x=\frac{1}{3}x+2$

$\frac{2}{3}x=2$

$x=3$

$a_{n+1}-3=\frac{1}{3}(a_n-3)$

数列 $\{a_n-3\}$ は初項 -2 公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列

$a_n-3=-2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$a_n=-2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+3$

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\left\{-2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+3\right\}=3$

③ (2) $a_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+3)}$

$a_n=\frac{1}{1\cdot5}+\frac{1}{3\cdot7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+3)}=\frac14\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+3}\right)$ ①

$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\frac14\left(1+\frac13-\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right)=\frac14\cdot\frac43=\frac13$

④ (3) $\lim_{n\to\infty}\frac{1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3}{n^4}$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}\cdot\left\{\frac12 n(n+1)\right\}^2=\lim_{n\to\infty}\frac14\cdot\frac{1}{n^4}(n^4+2n^3+n^2)$ ②

$=\frac14\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac2n+\frac{1}{n^2}\right)=\frac14$

④ (4) $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2-n}-n)$ 分母分子に $\sqrt{n^2-n}+n$ をかける ①

$=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2-n-n^2}{\sqrt{n^2-n}+n}=\lim_{n\to\infty}\frac{-1}{\sqrt{1+\frac1n}+1}=-\frac12$

②

5 次の関数の極限(値)を求めよ。(15点) 各3

(1) $\lim_{x\to3}\frac{x^2-2x-3}{x^2-4x+3}$ 答のみ②

$=\lim_{x\to3}\frac{\cancel{(x-3)}(x+1)}{(x-1)\cancel{(x-3)}}$

$=\lim_{x\to3}\frac{x+1}{x-1}=\frac42=2$

(2) $\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$ 答のみ②

$=\lim_{x\to2}\frac{\cancel{x+7-9}}{\cancel{(x-2)}(\sqrt{x+7}+3)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{1}{\sqrt{x+7}+3}=\frac{1}{\sqrt9+3}=\frac16$

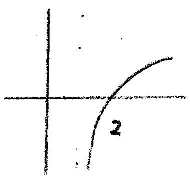
(3) $\lim_{x\to0}\frac{\tan x}{\sin 3x}$ 答のみ①

$=\lim_{x\to0}\frac{3x}{\sin 3x}\cdot\frac{\sin x}{\cos x}\cdot\frac1x\cdot\frac13$

$=\lim_{x\to0}\frac{3x}{\sin 3x}\cdot\frac{\sin x}{x}\cdot\frac13\cdot\frac{1}{\cos x}=\frac13$

(4) $\lim_{x\to1+0}\log_3(x-1)$ 答のみ ok

$=-\infty$



(5) $\lim_{x\to\infty}\frac{1-2^x}{1+2^x}$ 答のみ ok

$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{2^x}-1}{\frac{1}{2^x}+1}=\frac{0-1}{0+1}=-1$

6 微分せよ。(27点)

③ (1) $y=\sqrt[5]{x^3}$

$y=x^{\frac35}$ $y'=\frac35x^{-\frac25}$

③ (2) $y=(x^2-1)(x^2+2x+5)$

$y'=2x(x^2+2x+5)+(x^2-1)(2x+2)$ ②

$=2x^3+4x^2+10x+2x^3+2x^2-2x-2$

$=4x^3+6x^2+8x-2$

③ (3) $y=\frac{x^2+1}{x^2-x+3}$

$y'=\frac{2x(x^2-x+3)-(x^2+1)(2x-1)}{(x^2-x+3)^2}$ ②

$=\frac{-2x^2+6x+x^2-2x+1}{(x^2-x+3)^2}=\frac{-x^2+4x+1}{(x^2-x+3)^2}$

③ (4) $y=(2x+3)^3$

$y'=3(2x+3)^2\cdot2$

$y'=6(2x+3)^2$

③ (5) $y=\frac{3x}{\sqrt{x^2+1}}$

$y'=\frac{3\sqrt{x^2+1}-3x\cdot\frac12(x^2+1)^{-\frac12}\cdot2x}{x^2+1}$ ②

$=\frac{3(x^2+1)-3x^2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}=\frac{3}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

④ (6) $y=\frac{1}{\sin^2x}$

$y=u^{-2}$ $\frac{dy}{du}=-2u^{-3}$

$u=\sin x$ $\frac{du}{dx}=\cos x$

$y'=-2\cdot\frac{1}{\sin^3x}\cdot\cos x=\frac{-2\cos x}{\sin^3x}$

④ (7) $y=\tan\sqrt{x}$

$y=\tan u$ $\frac{dy}{du}=\frac{1}{\cos^2u}$

$u=x^{\frac12}$ $\frac{du}{dx}=\frac12x^{-\frac12}$

$y'=\frac{1}{\cos^2\sqrt x}\cdot\frac12\cdot\frac{1}{\sqrt x}$

$=\frac{1}{2\sqrt x\cos^2\sqrt x}$

④ (8) $y=\sqrt{\tan x}$

$y=u^{\frac12}$ $\frac{dy}{du}=\frac12u^{-\frac12}$

$u=\tan x$ $\frac{du}{dx}=\frac{1}{\cos^2x}$

$y'=\frac12\frac{1}{\sqrt{\tan x}}\cdot\frac{1}{\cos^2x}$

$=\frac{1}{2\cos^2x\sqrt{\tan x}}$