高校Ⅰ年数学A冬課題考査　1.2.3 組 ＿＿ 番氏名 解答　(20/01/10)

1 計算せよ。(20 点)　各4

(1) $\frac{5a+2b}{2}+\frac{2a-b}{3}$

$= \frac{1}{6}\{3(5a+2b)+2(2a-b)\}$

$= \frac{1}{6}(15a+6b+4a-2b) = \underline{\frac{1}{6}(19a+4b)}$

(2) $\frac{x-2y}{3}+\frac{4x-5y}{5}$

$= \frac{1}{15}\{5(x-2y)+3(4x-5y)\}$

$= \frac{1}{15}(5x-10y+12x-15y) = \underline{\frac{1}{15}(17x-25y)}$

(3) $\frac{3x-2y}{2}-\frac{3x-4y}{6}$

$= \frac{1}{6}\{3(3x-2y)-(3x-4y)\}$

$= \frac{1}{6}(9x-6y-3x+4y) = \frac{1}{6}(6x-2y) = \underline{x-\frac{1}{3}y}$

(4) $9\vec{a}-9\vec{b}-7\vec{a}+2\vec{b}$

$= \underline{2\vec{a}-7\vec{b}}$

(5) $3\vec{a}+3\vec{b}-5\vec{a}-5\vec{b}$

$= \underline{-2\vec{a}-2\vec{b}}$

2 平方完成せよ。(20 点)　各4

(1) $y=-2x^2+8x-8$

$= -2(x^2-4x)-8$

$= -2(x^2-4x+4)-8+8 = \underline{-2(x-2)^2}$

(2) $y=x^2+8x+20$

$= x^2+8x+16+4$

$= \underline{(x+4)^2+4}$

(3) $y=x^2+2x+2$

$= x^2+2x+1+1$

$= \underline{(x+1)^2+1}$

(4) $y=x^2+2x-1$

$= x^2+2x+1-2$

$= \underline{(x+1)^2-2}$

(5) $y=2x^2+8x+10$

$= 2(x^2+4x+4)+10-8$

$= \underline{2(x+2)^2+2}$

3 方程式, 不等式を解け。(20 点)　各4

(1) $x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$\underline{x=2,\ -1}$

(2) $x^2-x-1=0$

$x = \frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2}$

$\underline{x = \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}}$

(3) $x^2+2x+5=0$

$x = \frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times5}}{2}$

$x = \frac{-2\pm\sqrt{4-20}}{2}$

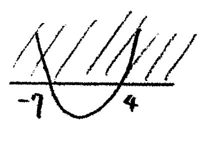
$x = \frac{-2\pm\sqrt{16}i}{2}$

$x = \frac{-2\pm4i}{2}$

$\underline{x=-1\pm2i}$

(4) $x^2+3x-28>0$

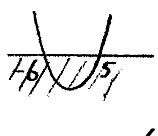
$(x+7)(x-4)>0$



$\underline{x<-7,\ 4<x}$

(5) $x^2+x-30\leqq0$

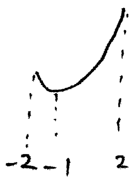
$(x+6)(x-5)\leqq0$



$\underline{-6\leqq x\leqq5}$

4 次の値を求めよ。(40 点) 各4

(1) $y=(x+1)^2+5$ $(-2 \leqq x \leqq 2)$ の最大値



右端 $x=2$ で最大値をとる

$y=(2+1)^2+5=9+5=14$

最大値 14 $(x=2)$

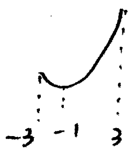
(2) $y=x^2+2x-4$ $(-3 \leqq x \leqq 3)$ の最小値

$=(x^2+2x)-4$

$=(x^2+2x+1)-4-1$

$=(x+1)^2-5$

頂点 $x=-1$ で最小値をとる.



最小値 -5 $(x=-1)$

(3) $\sin 30°$

$=\dfrac{1}{2}$

(4) $\tan 135°$

$=-1$

(5) 数列の一般項 $a_n=-4n-4$ において -108 は第何項か

$-108=-4n-4$

$-4n=-104$

$n=26$

26 項.

(6) 数列の一般項 $a_n=-9n+36$ において -54 は第何項か

$-54=-9n+36$

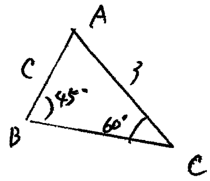
$9n=54+36$

$9n=90$

$n=10$

10 項.

(7) $\triangle ABC$ で $b=3$, $B=45°$, $C=60°$ のとき c の長さ

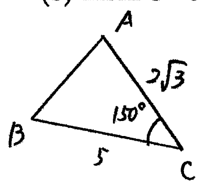


$\dfrac{3}{\sin 45°}=\dfrac{c}{\sin 60°}$

$c=\dfrac{3}{\sin 45°}\times \sin 60°$

$=\dfrac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3}{2}\sqrt{6}.$

(8) $\triangle ABC$ で $a=5$, $b=2\sqrt{3}$, $C=150°$ のとき c の長さ



$c^2=5^2+2\sqrt{3}^2-2\cdot5\cdot2\sqrt{3}\cdot\cos 150°$

$=25+12-2\cdot5\cdot2\sqrt{3}\cdot -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=25+12+30$

$=67$

$c=\sqrt{67}$

(9) 初項 -13 公差 -2 項数 44 の等差数列の和

$S=\dfrac{44}{2}\{2\times(-13)+(44-1)\times(-2)\}$

$=22\{-26+43\times(-2)\}$

$=22\ (-26-86)$

$=-2464$

(10) 等差数列 -25, -22, -19, -16, -13, ……, 第 39 項までの和

初項 -25. 公差 3. 項数 39

$S=\dfrac{39}{2}\{2\times(-25)+(39-1)\times3\}$

$=\dfrac{39}{2}(-50+114)$

$=\dfrac{39}{2}\times64=1248.$

高校 I 年数学 I 冬課題考査　＿組＿＿番氏名　解答　(20/01/09)

1 方程式, 不等式を解け。$0° \leqq \theta < 360°$ (24 点)　各4

(1)$\cos\theta = -\frac{1}{2}$

$\theta = 120°,\ 240°$

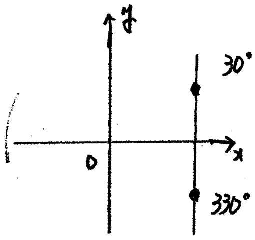
$\left(\frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi\right)$

(2)$\tan\theta = -1$

$\theta = 135°,\ 315°$

$\left(\frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi\right)$

(3)$\cos\theta \geqq \frac{\sqrt{3}}{2}$

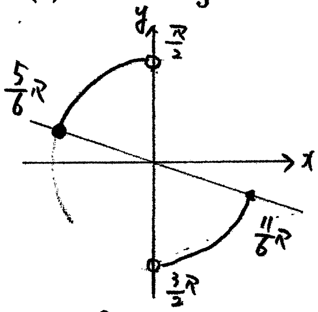


$0 \leqq \theta \leqq 30°$

$330° \leqq \theta < 360°$

$\left(\begin{array}{l} 0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{6} \\ \frac{11}{6}\pi \leqq \theta < 2\pi \end{array}\right)$

(4)$\tan\theta \leqq -\frac{\sqrt{3}}{3}$



$90° < \theta \leqq 150°$

$270° < \theta \leqq 330°$

$\left(\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} < \theta \leqq \frac{5}{6}\pi \\ \frac{3}{2}\pi < \theta \leqq \frac{11}{6}\pi \end{array}\right)$

(5)$-x^2 + 4x + 21 > 0$

$x^2 - 4x - 21 < 0$

$(x-7)(x+3) < 0$

$-3 < x < 7$

$-3,\ 7$ 」②

(6)$x^2 + 3x - 5 \leqq 0$

$x^2 + 3x - 5 = 0$ を解いて

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+20}}{2}$ 」②

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$

$\frac{-3-\sqrt{29}}{2} \leqq x \leqq \frac{-3+\sqrt{29}}{2}$

2 次の問いに答えよ。(28 点)　各4

(1)$\sin(-15°)$ の値を求めよ。

$= \sin(30° - 45°)$

$= \sin 30° \cos 45° - \cos 30° \sin 45°$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

(2)$\cos 165°$ の値を求めよ。

$= \cos(120° + 45°)$

$= \cos 120° \cos 45° - \sin 120° \sin 45°$

$= -\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

(3)$y = x^2 + 6x + 5$ を平方完成せよ。

$= x^2 + 6x + 9 - 4$

$= (x+3)^2 - 4$

(4)$y = -x^2 - 2x + 4$ を平方完成せよ。

$= -(x^2 + 2x + 1) + 4 + 1$

$= -(x+1)^2 + 5$

(5)$y = 2x^2 + 16x + 36$ を平方完成せよ。

$= 2(x^2 + 8x + 16) + 36 - 32$

$= 2(x+4)^2 + 4$

(6)$2\sqrt{3}\sin\theta - 2\cos\theta$ を合成せよ。

$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta - \frac{1}{2}\cos\theta\right)$

$= 4(\sin\theta \cdot \cos 30° - \cos\theta \cdot \sin 30°)$

$= 4\sin(\theta - 30°)$

(7)$-2\sin\theta + 2\cos\theta$ を合成せよ。

$= -2\sqrt{2}\left(\sin\theta \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos\theta\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$

$= -2\sqrt{2}(\sin\theta \times \cos 315° + \cos\theta \cdot \sin 315°)$

$= -2\sqrt{2}\sin(\theta + 315°)$

$2\sqrt{2}\sin(\theta + 135°)$

3 次の問いに答えよ。(24 点)　各4

(1) 傾き 4 ，点 $(-4,\ -20)$ を通る直線の式を求めよ。

$y+20=4(x+4)$

$y=4x-4$

(2) 傾き -3 ，点 $(3,\ -11)$ を通る直線の式を求めよ。

$y+11=-3(x-3)$

$y=-3x-2$

(3) 点 $(0,-5)$ と直線 $2x+2y-3=0$ の距離を求めよ。

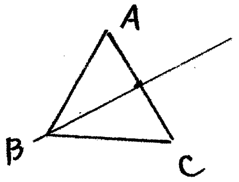
$\dfrac{|2\times0+2\times(-5)-3|}{\sqrt{2^2+2^2}}=\dfrac{13}{2\sqrt2}=\dfrac{13}{4}\sqrt2$

(4) 点 $(4,-2)$ と直線 $2x+4y-4=0$ の距離を求めよ。

$x+2y-2=0$

$\dfrac{|4-4-2|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{2}{\sqrt5}=\dfrac{2}{5}\sqrt5$

(5)3 点 $A:(-4,8), B:(0,3), C:(2,-4)$ を頂点とする $\triangle ABC$ において、点 B を通り、$\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線の方程式を求めよ。



ACの中点

$\left(\dfrac{-4+2}{2},\ \dfrac{8+(-4)}{2}\right)$

$(-1,2)$ ②

$(0,3)$、$(-1,2)$ を通る直線

$y-3=\dfrac{3-2}{0-(-1)}(x-0)$

$y=x+3$

(6)2 直線 $y=4x-7$, $y=-5x+2$ の交点と、点 $(-5,15)$ を通る直線の式を求めよ。

$\begin{cases} y=4x-7 \\ y=-5x+2 \end{cases}$ の交点

$4x-7=-5x+2$

$9x=9$

$x=1$

$y=-3$　$(1,-3)$ ②

$(1,-3)$、$(-5,15)$ を通る式

$y-(-3)=\dfrac{-3-15}{1-(-5)}(x-1)$

$y+3=-3(x-1)$

$y+3=-3x+3$

$y=-3x$

4 次の問いに答えよ。(24 点)

④ (1) $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ で $\cos x=-\frac{3}{5}$ のとき $\sin\frac{x}{2}$ の値を求めよ。

$\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}=\dfrac{1+\frac{3}{5}}{2}=\dfrac{\frac{8}{5}}{2}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$

$\sin\dfrac{x}{2}=\dfrac{2}{\sqrt5}$

④ (2) $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ で $\cos x=-\frac{3}{5}$ のとき $\cos\frac{x}{2}$ の値を求めよ。

$\cos^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1+\cos x}{2}=\dfrac{1-\frac{3}{5}}{2}=\dfrac{\frac{2}{5}}{2}=\dfrac{1}{5}$

$\cos\dfrac{x}{2}=\dfrac{1}{\sqrt5}$

④ (3) α は鋭角 β は鈍角で $\cos\alpha=\frac{11}{14}, \sin\beta=\frac{1}{7}$ のとき $\alpha+\beta$ の値を求めよ。

$\sin\alpha=\sqrt{1-\left(\frac{11}{14}\right)^2}=\dfrac{5}{14}\sqrt3$

$-30+\frac{11}{2}$

$=\frac{-30+11}{2}=-\frac{49}{2}$

$\cos\beta=-\sqrt{1-\left(\frac{1}{7}\right)^2}=-\dfrac{4}{7}\sqrt3$

$\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{5}{\cancel{14}_{7}}\sqrt3\times\left(-\dfrac{\cancel{4}^{2}}{7}\sqrt3\right)+\dfrac{11}{14}\times\dfrac{1}{7}$

$=-\dfrac{30}{49}+\dfrac{11}{49}\times\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{2}$　$\alpha+\beta=\dfrac{7}{6}\pi$

⑥ (4) $0\leqq\theta<2\pi$ で $\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{\sqrt2}$ を満たす θ を求めよ。

$\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta+\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{7}{3}\pi$

$\theta+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{9}{4}\pi$

$\theta=\dfrac{5}{12}\pi,\ \dfrac{23}{12}\pi$　各3

⑥ (5) $0\leqq\theta<2\pi$ で $\cos(\theta-\frac{\pi}{4})=-\frac{1}{2}$ を満たす θ を求めよ。

$-\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{7}{4}\pi$

$\theta-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{4}{3}\pi$ ③

$\theta=\dfrac{11}{12}\pi,\ \dfrac{19}{12}\pi$　各3

3 次の問いに答えよ。(24点) 24

(1) 関数 $y=x^2+x+2$ の点 $(2,8)$ における接線の方程式を求めよ。

$y'=2x+1$　　$x=2$ で $y'=5$

接線は $y-8=5(x-2)$

$y=5x-10+8$

$y=5x-2$

(2) 関数 $y=-x^2-5$ の傾き 6 の接線の方程式を求めよ。

$y'=-2x$　　$y'=6$ のとき　$-2x=6$

$x=-3$

$x=-3$ で $y=-9-5=-14$

$y-(-14)=6(x+3)$

$y+14=6x+18$　　$y=6x+4$

(3) 関数 $y=2x^2-x+5$ の傾き -13 の接線の方程式を求めよ。

$y'=4x-1$　　$y'=-13$ のとき　$-13=4x-1$

$4x=-12$

$x=-3$

$x=-3$ で $y=18+3+5=26$

$y-26=-13(x+3)$

$y-26=-13x-39$

$y=-13x-13$

(4) 関数 $y=2x^3+9x^2-9$ の極値を求めよ。

$y'=6x^2+18x$

$=6x(x+3)$

$y'=0$ で $x=0,\ -3$

極大値 18 $(x=-3)$

極小値 -9 $(x=0)$

x	…	-3	…	0	…
y'	+	0	−	0	+
y	↗		↘		↗

(5) 関数 $y=-2x^3+3x^2-5$ の極値を求めよ。

$y'=-6x^2+6x=-6x(x-1)$

$y'=0$ で $x=0,1$

極大値 -4 $(x=1)$

極小値 -5 $(x=0)$

x	…	0	…	1	…
y'	−	0	+	0	−
y	↘		↗		↘

(6) 関数 $y=2x^3-9x^2+12x+5 (1\leqq x\leqq 3)$ の最小値を求めよ。

$y'=6x^2-18x+12$

$=6(x^2-3x+2)$

$=6(x-1)(x-2)$

$x=2$ で

$y=16-36+24+5$

$=9$

x	1	…	2	…	3
y'	0	−	0	+	
y		↘	9	↗	

最小値 9 $(x=2)$

4 次の問いに答えよ。(24点)

4 (1) $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ で $\cos x=-\frac{3}{5}$ のとき $\sin\frac{x}{2}$ の値を求めよ。

$\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{2}=\frac{1+\frac{3}{5}}{2}=\frac{4}{5}$

$\sin\frac{x}{2}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

4 (2) $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ で $\cos x=-\frac{3}{5}$ のとき $\cos\frac{x}{2}$ の値を求めよ。

$\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}=\frac{1-\frac{3}{5}}{2}=\frac{1}{5}$

$\cos\frac{x}{2}=\frac{1}{\sqrt{5}}$

4 (3) α は鋭角 β は鈍角で $\cos\alpha=\frac{11}{14}, \sin\beta=\frac{1}{7}$ のとき $\alpha+\beta$ の値を求めよ。

$\sin\alpha=\sqrt{1-\left(\frac{11}{14}\right)^2}=\frac{5}{14}\sqrt{3}$

$\cos\beta=-\sqrt{1-\left(\frac{1}{7}\right)^2}=-\frac{4}{7}\sqrt{3}$

$\sin(\alpha+\beta)=\frac{5}{14}\sqrt{3}\times\left(-\frac{4}{7}\sqrt{3}\right)+\frac{11}{14}\times\frac{1}{7}$

$=-\frac{30}{49}+\frac{11}{49}\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$　　$\alpha+\beta=\frac{7}{6}\pi$

6 (4) 関数 $f(x)=x^3+3x^2-9x+1$ の極値を調べ, グラフをかけ。

$f'(x)=3x^2+6x-9$

$=3(x^2+2x-3)$

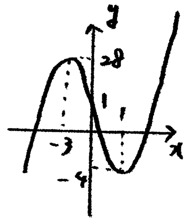
$=3(x+3)(x-1)$

$f(-3)=-27-27+27+1=28$

$f(1)=1+3-9+1$

$=-4$

x	…	-3	…	1	…
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	28	↘	-4	↗

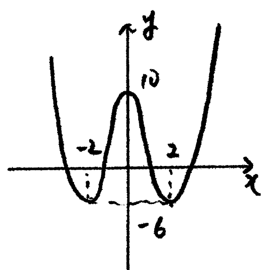


6 (5) 関数 $f(x)=x^4-8x^2+10$ の極値を調べ, グラフをかけ。

$f'(x)=4x^3-16x$

$=4x(x^2-4)=4x(x+2)(x-2)$

x	…	-2	…	0	…	2	…
$f'(x)$	−	0	+	0	−	0	+
$f(x)$	↘	-6	↗	10	↘	-6	↗



$f(-2)=f(2)=16-32+10=-6$

$f(0)=10$