高校 I 年数学 A 2 学期中間考査　1.2.3 組＿＿番氏名　解答　(19/10/16)

1 次の数学用語の漢字を書きましょう。(5 点) 各1

(1) かたむき

傾き

(2) y じくたいしょう

y軸対称

(3) ないせき

内積

(4) せいぶん

成分

(5) ぜったいち

絶対値

2 次の値を求めよ。(20 点)

① (1) $\sin 210°$

$= -\frac{1}{2}$

(2) $\cos(-60°)$

$= \frac{1}{2}$

(3) $\tan(-180°)$

$= 0$

(4) $\cos 30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\tan 300°$

$= -\sqrt{3}$

(6) $\cos 315°$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

(7) $\tan(-330°)$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

(8) $\cos 60°$

$= \frac{1}{2}$

(9) $\sin 135°$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

(10) $\tan(-60°)$

$= -\sqrt{3}$

①

(11) $\cos 120°$

$= -\frac{1}{2}$

③ (12) $\theta = 315°$ のときの $\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$

③ (13) $\theta = 30°$ のときの $\sin(90° - \theta) = \cos\theta$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

③ (14) $\theta = 300°$ のときの $\cos(\theta + 90°) = -\sin\theta$

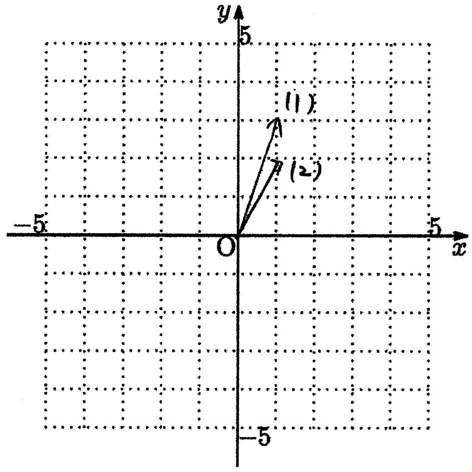
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

3 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (-1, -2)$ に対して次のベクトルを図示せよ。(10 点) 各2

終点は①

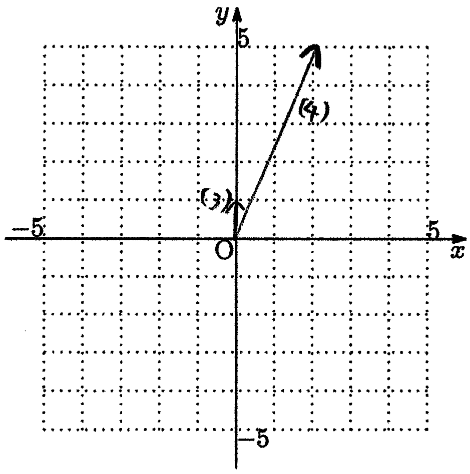
(1) $\vec{a}$

(2) $-\vec{b}$



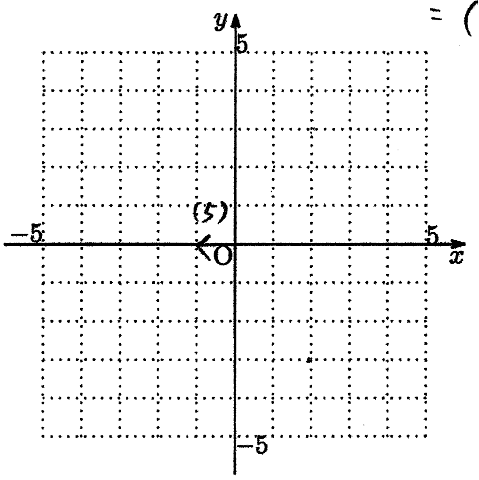
(3) $\vec{a} + \vec{b} = (1, 3) + (-1, -2) = (0, 1)$

(4) $\vec{a} - \vec{b} = (1, 3) - (-1, -2) = (2, 5)$



(5) $2\vec{a} + 3\vec{b} = 2(1, 3) + 3(-1, -2) = (2, 6) + (-3, -6)$

$= (-1, 0)$



4 $\vec{a}$ の大きさを求めよ。(15 点)

③(1) $\vec{a}=(3,4)$

$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

④(2) $\vec{a}=(-\sqrt{5},\sqrt{5})$

$|\vec{a}|=\sqrt{(-\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{10}$

④(3) $\vec{x}=(2,1),\vec{y}=(-1,4)$ のとき $\vec{a}=\vec{x}+2\vec{y}$

$\vec{a}=(2,1)+2(-1,4)=(2,1)+(-2,8)$
$=(0,9)$ ②

$|\vec{a}|=9$

④(4)1 辺の長さ $\sqrt{7}$ の正六角形 $ABCDEF$ に対して $\vec{a}=\overrightarrow{AD}$

$2\sqrt{7}$

5 次の問いに答えよ。(12 点) 各3 書き方重視

(1) $(x-2)^2$ を展開せよ。

$=x^2-4x+4$

(2) $|\vec{a}+2\vec{b}|^2$ を計算せよ。

$=|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2$

(3) $(x+3)(x+4)$ を展開せよ。

$=x^2+7x+12$

(4) $(\vec{a}+3\vec{b})(\vec{a}+4\vec{b})$ を計算せよ。

$=|\vec{a}|^2+7\vec{a}\cdot\vec{b}+12|\vec{b}|^2$

6 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のないせきを求めよ。(12 点) 各3

(1) $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=4$, $\theta=60°$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times4\times\cos 60°=2\times4\times\frac{1}{2}=4$

(2) $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, $\theta=150°$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\times4\times\cos 150°=3\times\cancel{4}^{2}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-6\sqrt{3}$ −①

(3) $\vec{a}=(1,\sqrt{3})$, $\vec{b}=(\sqrt{3},1)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times1=2\sqrt{3}$

(4) $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{5}$

$|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=5$

$(\sqrt{2})^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+3^2=5$

$-2\vec{a}\cdot\vec{b}=5-9-2$

$-2\vec{a}\cdot\vec{b}=-6$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$

7 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を求めよ。(12 点) 各4

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$90°$

(2) $\vec{a}=(3,2)$ と $\vec{b}=(5,-1)$

$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$ $|\vec{b}|=\sqrt{5^2+(-1)^2}=\sqrt{26}$ ②

$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\times5+2\times(-1)=13$

$=\sqrt{13}\times\sqrt{26}\times\cos\theta$

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\theta=45°$

(3) $\vec{a}=(3,-1)$ と $\vec{b}=(2,6)$

$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$ $|\vec{b}|=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\times2+(-1)\times6=0$ ②

$\cos\theta=0$ より $\theta=90°$

8 次の条件を満たす k の値を求めよ。(14 点)

③(1) $\vec{x}=(1,-1)$, $\vec{y}=(2,1)$ のとき $(17,7)=\vec{x}+k\vec{y}$

$(17,7)=(1,-1)+k(2,1)$

$(17,7)=(2k+1,k-1)$

$\begin{cases}17=2k+1\\7=k-1\end{cases}$ より $k=8$

③(2) $\vec{a}=(2,-3)$ と $\vec{b}=(1,k)$ が垂直

$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ より

$2\times1+(-3)\times k=0$

$-3k=-2$

$k=\frac{2}{3}$

④(3) $\vec{a}=(2,3)$ と $\vec{b}=(3,k+1)$ の向きが同じ

x座標を比較して

$\vec{a}\times\frac{3}{2}=\vec{b}$

$3\times\frac{3}{2}=k+1$

$\frac{9}{2}=k+1$

$k=\frac{7}{2}$

④(4) $\vec{a}=(5,k)$ の大きさが 13

$5^2+k^2=13^2$ 片方②

$k^2=13^2-5^2$

$=169-25$

$=144$

$k=\pm12$

高校Ⅰ年数学Ⅰ２学期中間考査　　４組＿＿番氏名　解答　　(19/10/18)

1 次の値を求めよ。(20 点)

① (1) $\sin 210^\circ$

$= -\frac{1}{2}$

(2) $\cos(-60^\circ)$

$= \frac{1}{2}$

(3) $\tan(-180^\circ)$

$= 0$

(4) $\cos 30^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\tan 300^\circ$

$= -\sqrt{3}$

(6) $\cos 315^\circ$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

(7) $\tan(-330^\circ)$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

(8) $\cos 60^\circ$

$= \frac{1}{2}$

(9) $\sin 135^\circ$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

(10) $\tan(-60^\circ)$

$= -\sqrt{3}$

① (11) $\cos 120^\circ$

$= -\frac{1}{2}$

③ (12) $\theta = 315^\circ$ のときの $\cos(90^\circ - \theta)$

$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$

(13) $\theta = 30^\circ$ のときの $\sin(90^\circ - \theta)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

③ (14) $\theta = 300^\circ$ のときの $\cos(\theta + 90^\circ)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

2 次の割り算の余りを求めよ。(16 点)

④ (1) $111{,}111{,}112 \div 3$

111111111 は3でわりきれるので　1

⑤ (2) $P(x) = 2x^3 - x^2 - 15x + 18$ を $x+2$ で割った余り

$P(-2) = 2(-2)^3 - (-2)^2 - 15\times(-2) + 18$

$= -16 - 4 + 30 + 18 = 28$

⑦ (3) 整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ると 5 余り, $x-2$ で割ると 7 余る。 $P(x)$ を x^2-3x+2 で割った余り

$P(x) = (x-1)A(x) + 5$

$P(x) = (x-2)B(x) + 7$

$P(x) = (x-1)(x-2)C(x) + ax + b$ とおける

$P(1) = a + b = 5$

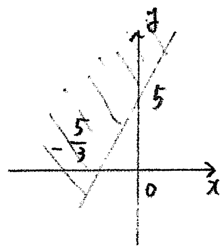
$P(2) = 2a + b = 7$　より　$b = 3$, $a = 2$

$2x+3$

3 次の領域を図示せよ。(16 点)

④ (1) $3x - y + 5 < 0$

$y > 3x + 5$

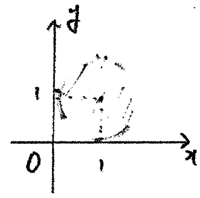


境界線含まない　-1

⑤ (2) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 \leqq 0$

$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 \leqq 1$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leqq 1$　②



境界線含む　-1

⑦ (3) $x^2 + 2xy - 6x - 4y + 8 > 0$

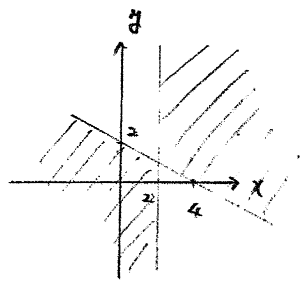
$2xy - 4y + x^2 - 6x + 8$

$2y(x-2) + (x-2)(x-4) > 0$

$(x-2)\{2y + (x-4)\} > 0$

$(x-2)(2y + x - 4) > 0$　③

境界線含まない



$\boxed{4}$ 因数分解せよ。(16 点) 各4

(1) $3x^3-2x^2-12x+8$

$$\begin{array}{rrrr|l} 3 & -2 & -12 & 8 & 2 \\ & 6 & 8 & -8 & \\ \hline 3 & 4 & -4 & 0 & \end{array}$$

$(x-2)(3x^2+4x-4)$ ②

$$\begin{array}{rrr} 3 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 6 \\ \hline 3 & -4 & 4 \end{array}$$

$(x-2)(3x-2)(x+2)$

(2) x^3-1

$(x-1)(x^2+x+1)$

(3) x^3-2x^2-5x+6

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & -2 & -5 & 6 & 1 \\ & 1 & -1 & -6 & \\ \hline 1 & -1 & -6 & 0 & \end{array}$$

$(x-1)(x^2-x-6)$ ②

$(x-1)(x-3)(x+2)$

(4) $2x^2+xy-y^2+4x+y+2$

$=2x^2+(y+4)x-(y^2-y-2)$

$=2x^2+(y+4)x-(y-2)(y+1)$ ①

$$\begin{array}{lll} 2 & -(y-2) & -y+2 \\ 1 & y+1 & 2y+2 \\ \hline 2 & -(y-2)(y+1) & y+4 \end{array}$$

②

$=(2x-y+2)(x+y+1)$

$\boxed{5}$ 次の軌跡を求めよ。(16 点) 各8

(1)$A:(5,1), B:(1,2)$ に対して $AP=BP$ を満たす点 P の軌跡

$P:(x,y)$ とする

$AP^2=(x-5)^2+(y-1)^2$

$BP^2=(x-1)^2+(y-2)^2$

$(x-5)^2+(y-1)^2=(x-1)^2+(y-2)^2$ ④

$x^2-10x+25+y^2-2y+1=x^2-2x+1+y^2-4y+4$

$-10x-2y+26+2x-5+4y=0$

$-8x+2y+21=0$

(2) 2 点 $A:(1,2), B:(7,2)$ からの距離の比が $2:1$ である点 P の軌跡

$P:(x,y)$ とする

$AP^2=(x-1)^2+(y-2)^2$

$BP^2=(x-7)^2+(y-2)^2$

$AP:BP=2:1$

$AP^2=4BP^2$

$(x-1)^2+(y-2)^2=4\{(x-7)^2+(y-2)^2\}$ ④

$x^2-2x+1+y^2-4y+4=4(x^2-14x+49+y^2-4y+4)$

$=4x^2-56x+212+4y^2-16y$

$3x^2-54x+3y^2-12y+207=0$

$x^2-18x+y^2-4y+69=0$

$(x-9)^2+(y-2)^2=4^2$

中心 $(9,2)$, 半径 4 の円

$\boxed{6}$ 次の問いに答えよ。(16 点)

⑤ (1) 3 次方程式 $x^3+3x^2+kx+4=0$ の解の 1 つが $x=-2$ のときの k の値を求めよ。

$x=-2$ を代入して

$-8+12-2k+4=0$

$2k=8$

$k=4$ ③

$x^3+3x^2+4x+4=0$

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & 3 & 4 & 4 & -2 \\ & -2 & -2 & -4 & \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 & \end{array}$$

$(x+2)(x^2+x+2)=0$

$x^2+x+2=0$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-8}}{2}$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{7}i}{2}$

⑤ (2) 解が $x=2\pm\sqrt{3}i$ となる 2 次方程式を 1 つ作れ。

$x-2=\pm\sqrt{3}i$

$x^2-4x+4=-3$

$x^2-4x+7=0$ △ −1

⑥ (3) 3 次方程式 $x^3+ax^2+11x+b=0$ の解の 1 つが $x=2-\sqrt{3}i$ のとき a,b の値を求めよ。

$$\begin{array}{r} x+(a+4) \\ x^2-4x+7\overline{\big)\,x^3+ax^2+11x+b} \\ x^3-4x^2+7x \\ \hline (a+4)x^2+4x+b \\ (a+4)x^2-4(a+4)x+7(a+4) \\ \hline \end{array}$$

0

$\{4+4(a+4)\}x+b-7(a+4)=0$

$4+4a+16=0$

$a=-5$

$b-7\times(-1)=0$

$b=-7$

高校Ⅰ年数学Ⅰ２学期中間考査　５組＿＿番氏名　解答　(19/10/18)

1 公式を書け。(10 点) 各2

(1) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

(2) $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

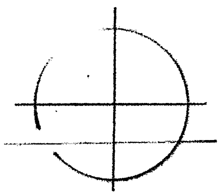
(3) $\tan(\alpha-\beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

(4) $\sin(\theta+\pi) = -\sin\theta$

(5) $\cos(\frac{3}{2}\pi-\theta) = -\sin\theta$

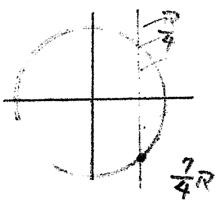
2 方程式, 不等式を解け。(15 点) 各3

(1) $\sin\theta = -\frac{1}{2}$　$(0 \leqq \theta < 2\pi)$



$\theta = \frac{7}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi$

(2) $\cos\theta > \frac{1}{\sqrt{2}}$　$(0 \leqq \theta < 2\pi)$



$\frac{7}{4}\pi < \theta \leqq 2\pi$

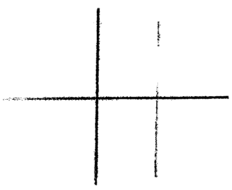
$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{4}$

(3) $\tan\theta < -\sqrt{3}$　$(0 \leqq \theta < 2\pi)$

$\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{2}{3}\pi$

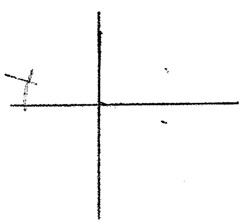
$\frac{3}{2}\pi < \theta < \frac{5}{3}\pi$

(4) $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$　$(-\pi \leqq \theta < \pi)$



$\theta = -\frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{6}$　片方②

(5) $\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$　$(-\pi \leqq \theta < \pi)$



$\theta = -\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi$　片方②

3 次の値を求めよ。(33 点)

③ (1) $\sin 165^\circ$

$= \sin(120^\circ + 45^\circ)$ ①

$= \sin 120^\circ \cos 45^\circ + \cos 120^\circ \sin 45^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ ① $= \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

③ (2) $\cos 195^\circ$

$= \cos(135^\circ + 60^\circ)$ ①

$= \cos 135^\circ \cos 60^\circ - \sin 135^\circ \sin 60^\circ$

$= -\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$ ① $= -\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

③ (3) $\tan 15^\circ$

$= \tan(60^\circ - 45^\circ)$ ①

$= \dfrac{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ}{1+\tan 60^\circ \tan 45^\circ} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}$ ①

② (4) $\sin\left(-\frac{11}{6}\pi\right)$

$= \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

(5) $\sin\frac{4}{3}\pi$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(6) $\cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right)$

$= -\frac{1}{2}$

(7) $\sin\pi$

$= 0$

(8) $\cos\frac{3}{4}\pi$

$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$

(9) $\tan\frac{11}{6}\pi$

$= -\frac{1}{\sqrt{3}}$

(10) $\cos\frac{5}{6}\pi$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(11) $\tan\left(-\frac{5}{4}\pi\right)$

$= -1$

(12) $\cos\frac{3}{2}\pi$

$= 0$

(13) $\tan\frac{5}{4}\pi$

$= 1$

(14) $\sin\frac{\pi}{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

② (15) $\tan\frac{\pi}{6}$

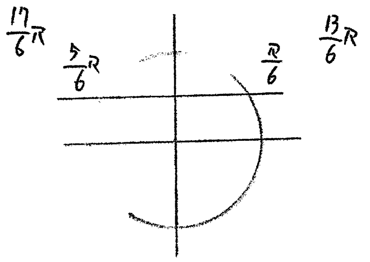
$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

4 次の問いに答えよ。(22 点)

(1) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき 2θ の範囲を求めよ。 ②

$0 \leqq 2\theta < 4\pi$

② (2) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき方程式 $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$ を解け。



$2\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{13}{6}\pi, \frac{17}{6}\pi$ ①

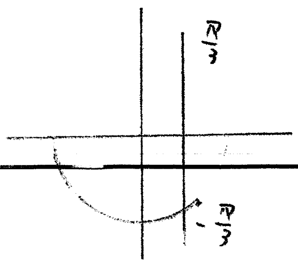
$\theta = \frac{\pi}{12}, \frac{5}{12}\pi, \frac{13}{12}\pi, \frac{17}{12}\pi$

約①

② (3) $-\pi \leqq \theta < \pi$ のとき $\theta + \frac{\pi}{3}$ の範囲を求めよ。

$-\frac{2}{3}\pi \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{4}{3}\pi$

③ (4) $-\pi \leqq \theta < \pi$ のとき方程式 $\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ を解け。



$\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$

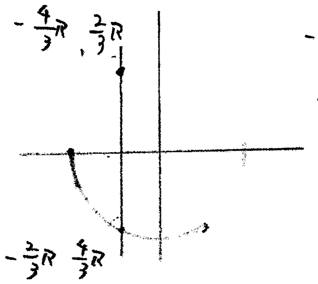
$\theta = 0, -\frac{2}{3}\pi$

片方①

② (5) $-\pi \leqq \theta < \pi$ のとき 2θ の範囲を求めよ。

$-2\pi \leqq 2\theta < 2\pi$

③ (6) $-\pi \leqq \theta < \pi$ のとき不等式 $\cos 2\theta < -\frac{1}{2}$ を解け。



$-\frac{4}{3}\pi < 2\theta < -\frac{2}{3}\pi$

$\frac{2}{3}\pi < 2\theta < \frac{4}{3}\pi$

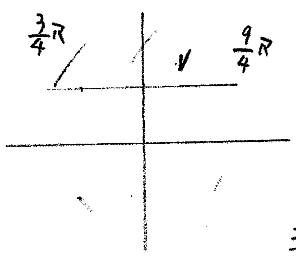
$-\frac{2}{3}\pi < \theta < -\frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{2}{3}\pi$

② (7) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき $\theta + \frac{\pi}{3}$ の範囲を求めよ。

$\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$

③ (8) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき不等式 $\sin(\theta + \frac{\pi}{3}) > \frac{1}{\sqrt{2}}$ を解け。



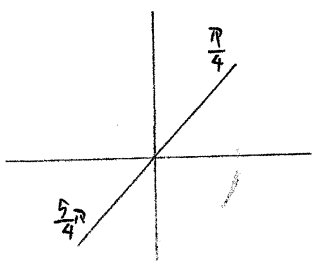
$\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{3}{4}\pi$

$\frac{9}{4}\pi < \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$

$0 \leqq \theta < \frac{5}{12}\pi$

$\frac{23}{12}\pi < \theta < 2\pi$

③ (9) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき不等式 $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) \geqq 1$ を解け。



$\frac{\pi}{4} \leqq \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2}$

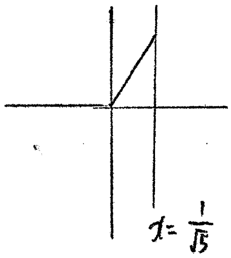
$\frac{5}{4}\pi \leqq \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{3}{2}\pi$

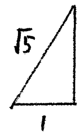
$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{4}$

$\pi \leqq \theta < \frac{5}{4}\pi$

5 次の値を求めよ。(12 点) 各3

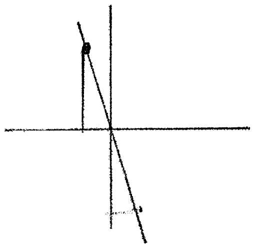
(1) $0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ に対して $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき $\sin\theta$ の値

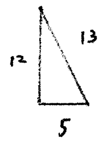




$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

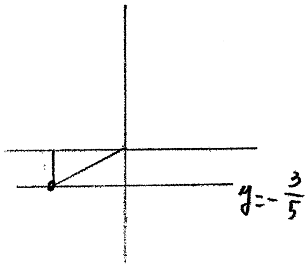
(2) $\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ に対して $\tan\theta = -\frac{12}{5}$ のとき $\cos\theta$ の値

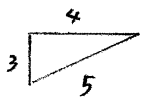




$\cos\theta = -\frac{5}{13}$

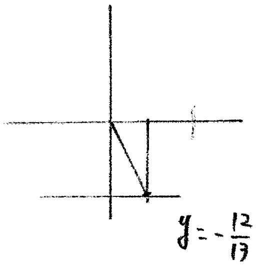
(3) $\pi \leqq \theta \leqq \frac{3}{2}\pi$ に対して $\sin\theta = -\frac{3}{5}$ のとき $\cos\theta$ の値

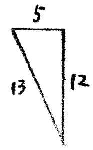




$\cos\theta = -\frac{4}{5}$

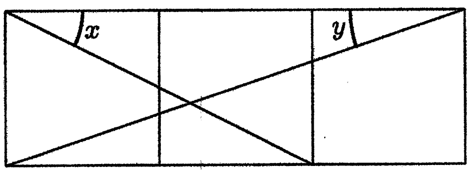
(4) $\frac{3}{2}\pi \leqq \theta \leqq 2\pi$ に対して $\sin\theta = -\frac{12}{13}$ のとき $\cos\theta$ の値

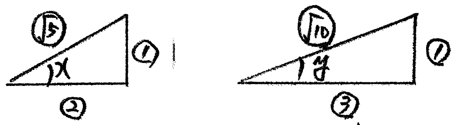




$\cos\theta = \frac{5}{13}$

6 下図の 3 つの正方形について $x + y$ の角度を求め, その理由を述べよ。(8 点)





$\sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\sin y = \frac{1}{\sqrt{10}}$

$\cos x = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\cos y = \frac{3}{\sqrt{10}}$

$x + y = \frac{\pi}{4}$

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

$= \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$