

1 公式を書け。(9 点) (各3)

$$(1) \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2} n(n+1)$$

$$(2) \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

$$(3) \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{1}{2} n(n+1) \right\}^2$$

2 次の数列について (ア)~(ウ) から選べ。(16 点) (各2)

等差数列... (ア)

等比数列... (イ)

等差数列でも等比数列でもない... (ウ)

(1)  $\{a_n\}: 1, 2, 4, 7, 11, 16, \dots$   
1 2 3 4 5 (ウ)

(2)  $\{a_n\}: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$   
1 2 3 4 5 6 7  $\times 2$  ずつ (イ)

(3)  $\{a_n\}: 1, -1, 1, -1, 1, \dots$   
1 2 3 4 5 6 7 (イ)

(4)  $\{a_n\}: 1, 10, 100, 1000, 10000, \dots$   
1 2 3 4 5 6 7  $\times 10$  ずつ (イ)

(5)  $\{a_n\}: 1, 11, 111, 1111, 11111, \dots$   
1 2 3 4 5 6 7 (ウ)

(6) 一般項  $a_n = 2n - 3$   
 (ア)

(7) 一般項  $a_n = 7 \cdot 3^{n-1}$   
 (イ)

(8) 一般項  $a_n = 3n^2 + 7$   
 (ウ)

3 次の数列の一般項を求めよ。(15 点) (各3)

(1) 初項 8 公差 4 の等差数列

$$a_n = 8 + (n-1)4 = 4n + 4$$

(2) 初項 2 公比 3 の等比数列

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

(3)  $\{a_n\}: -5, -4, -3, -2, -1, \dots$

初項 -5 公差 1 より

$$a_n = -5 + (n-1)1$$

$$a_n = n - 6$$

(4)  $\{a_n\}: 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, \dots$

4 4 4 4 4 4  
 初項 3 公差 4 の等差数列なので

$$a_n = 3 + (n-1) \cdot 4$$

$$a_n = 4n - 1$$

(5)  $\{a_n\}: 3, 2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \dots$

$\times \frac{2}{3}$   $\times \frac{2}{3}$   $\times \frac{2}{3}$

初項 3 公比  $\frac{2}{3}$  の等比数列なので

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

4 空欄の数字を求めよ。(14 点)

(1) 数列  $\{a_n\}: 2, 3, 6, 11, 18, 27, 38, \square, 66, \dots$   
1 3 5 7 9 11 13 15

$$38 + 13 = 51$$

(2) 数列  $\{a_n\}: 2, 3, 6, 15, 42, 123, 366, \square, 3282, \dots$   
1 3 9 27 81 243 729 2187

$$366 + 729 = 1095$$

(3) 初項 1 公差 4 の等差数列について  
 第  $\square$  項が 137 であった。

$$a_n = 1 + (n-1) \cdot 4 \quad n = 35$$

$$= 4n - 3$$

$$4n - 3 = 137$$

$$4n = 140$$

35 項

(4) 初項 -2 公比 3 の等比数列について  
 第  $\square$  項が -4374 であった。

$$a_n = -2 \cdot 3^{n-1} \quad 3^7 = 3^{n-1}$$

$$-4374 = -2 \cdot 3^{n-1} \quad 7 = n-1$$

$$2187 = 3^{n-1} \quad n = 8$$

(5) 初項 -5 公差 2 の等差数列について  
 第 1 項から第  $\square$  項までの和が 216 であった。

$$a_n = -5 + (n-1) \cdot 2 \quad \frac{1}{2} \times \{-5 + (2n-1)\} \times n = 216$$

$$a_n = 2n - 7 \quad n^2 - 6n - 216 = 0$$

$$(n+12)(n-18) = 0$$

$$n = -12, n = 18 \quad n > 0 \text{ より } n = 18$$

(6) 初項 2 公比 -3 の等比数列について  
 第 1 項から第  $\square$  項までの和が -40 であった。

第  $n$  項までの和が -40 とおき  $20 = (-3)^{n-1}$

$$-40 = \frac{2((-3)^n - 1)}{-3 - 1} \quad (-3)^n = 81$$

$$n = 4$$

4

$$40 = \frac{2}{4} \{(-3)^n - 1\}$$

5 次の数列の和を求めよ。(12点)

① (1) 初項 8 公差 4 項数 20 の等差数列の和

$$\text{末項} = 8 + (20-1) \times 4 = 84$$

$$S = \frac{1}{2} \times 20 \times (8 + 84) = 920$$

② (2) 初項 2 公比 3 項数 10 の等比数列の和

$$S_{10} = \frac{2(3^{10}-1)}{3-1}$$

$$= 3^{10} - 1 = 59048$$

③ (3) 10 項までの数列  $\{a_n\}$ : 1, 4, 9, 16, 25, 36, ..., 100 の和

$$\sum_{k=1}^{10} k^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (10+1) \times \frac{7}{6}$$

$$= 5 \times 11 \times 7$$

$$= 385$$

④ (4) 10 項までの数列  $\{a_n\}$ : 2, 16, 54, 128, 250, 432, ..., 2000

の和  $\sum_{k=1}^{10} 2k^3 = 2 \sum_{k=1}^{10} k^3 = 2 \cdot \left\{ \frac{1}{2} \times 10 \times (10+1) \right\}^2$

$$= 2 \cdot \frac{1}{4} \times 10 \times 10 \times 11 \times 11$$

$$= 50 \times 11 \times 11$$

$$= 6050$$

6 次の値を求めよ。(12点)

① (1) 一般項  $a_n = n^2 - n$  の第 5 項

$$a_5 = 5^2 - 5 = 25 - 5 = 20$$

② (2)  $\sum_{k=1}^5 (3k+2) = 5 + 8 + 11 + 14 + 17$

$$= 55$$

③ (3)  $\sum_{k=1}^{20} 3k^2 = 3 \sum_{k=1}^{20} k^2$

$$= 3 \cdot \frac{1}{6} \times 20 \times (20+1) \times (2 \times 20 + 1)$$

$$= 10 \times 21 \times 41$$

$$= 8610$$

7 次の  $n$  の式を求めよ。(12点)

① (1)  $\sum_{k=1}^n 3 = 3n$

② (2)  $\sum_{k=1}^{n-1} 7 = 7(n-1)$

③ (3)  $\sum_{k=1}^n (6k^2 + 2k)$

$$= 6 \cdot \sum_{k=1}^n k^2 + 2 \sum_{k=1}^n k$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) + 2 \cdot \frac{1}{2} n(n+1)$$

$$= n(n+1)(2n+1) + n(n+1)$$

$$= n(n+1) \{ (2n+1) + 1 \}$$

$$= n(n+1)(2n+2)$$

$$= 2n(n+1)^2$$

$$2n^3 + 4n^2 + 2n$$

8 数列  $a_n$  について次の問いに答えよ。(10点)

$$a_n: 1, 5, 11, 19, 29, 41, \dots$$

① (1) 階差数列  $\{b_n\}$  を列挙せよ。

$$\{b_n\}: 4, 6, 8, 10, 12, \dots$$

② (2) 数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。

初項 4, 公差 2 より  $b_n = 4 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 2$

③ (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$$

$$= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k+2)$$

$$= 1 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} k + \sum_{k=1}^{n-1} 2$$

$$= 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} n(n-1) + 2(n-1)$$

$$= 1 + n^2 - n + 2n - 2$$

$$= n^2 + n - 1$$

$n=1$  のときも成立する。よって答  $a_n = n^2 + n - 1$

1 展開せよ。(9 点) (答)

$$(1) (2x+y)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2y + 3(2x)y^2 + y^3$$

$$= 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$$

$$(2) (2x-5y)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(-5y) + 3(2x)(-5y)^2 + (-5y)^3$$

$$= 8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3$$

$$(3) (2x-1)(4x^2+2x+1)$$

$$= (2x)^3 - 1^3 = 8x^3 - 1$$

2 因数分解せよ。(18 点)

① (1)  $x^3 + 1$

$$= (x+1)(x^2-x+1)$$

② (2)  $x^2 - 7x - 8$

$$= (x-8)(x+1)$$

③ (3)  $x^6 - 7x^3 - 8$

$$= (x^3-8)(x^3+1)$$

$$= (x-2)(x^2+2x+4)(x+1)(x^2-x+1)$$

④ (4)  $2x^2 - 3x + 1$

$$= (2x-1)(x-1)$$

⑤ (5)  $2x^2 - 3x - 1$

$$2x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{4}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$= 2 \left( x - \frac{3+\sqrt{17}}{4} \right) \left( x - \frac{3-\sqrt{17}}{4} \right)$$

⑥ (6)  $x^2 - 4$

$$= (x+2)(x-2)$$

⑦ (7)  $x^2 + 4$

$$= (x+2i)(x-2i)$$

3 商とあまりを求めよ。(答えのみ)(6 点) (答)

(1)  $(3x^2 - 7x + 4) \div (x - 2)$

$$\begin{array}{r} 3x-1 \\ x-2 \overline{) 3x^2-7x+4} \\ \underline{3x^2-6x} \phantom{+4} \\ -x+4 \\ \underline{-x+2} \\ 2 \end{array}$$

商  $3x-1$   
あまり  $2$

(2)  $(2x^2 + x + 3) \div (x - 3)$

$$\begin{array}{r} 2x+7 \\ x-3 \overline{) 2x^2+x+3} \\ \underline{2x^2-6x} \phantom{+3} \\ 7x+3 \\ \underline{7x-21} \\ 24 \end{array}$$

商  $2x+7$   
あまり  $24$

4 計算せよ。ただし  $i$  は虚数とする。(15 点) (答)

(1)  $(x+1) \times \frac{x-2}{x^2+x}$

$$= (x+1) \times \frac{x-2}{x(x+1)} = \frac{x-2}{x}$$

(2)  $\frac{2}{x-3} - \frac{1}{x+1}$

$$= \frac{2(x+1) - (x-3)}{(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{2x+2-x+3}{(x-3)(x+1)} = \frac{x+5}{(x-3)(x+1)}$$

(3)  $(-2+i) + (4-3i)$

$$= -2+i+4-3i = 2-2i$$

(4)  $(3+2i)(2+5i)$

$$= 6 + 15i + 4i + 10i^2$$

$$= 6 + 15i + 4i - 10 = -4 + 19i$$

(5)  $(2-i)^2$

$$= 4 - 4i + i^2$$

$$= 4 - 4i - 1 = 3 - 4i$$

5  $a, b, c$  の値を求めよ。(9 点) (答)

(1) 恒等式  $x^2 - x - 3 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$  が成立するときの  $a, b, c$

$x=0$ 代入	$17$	$a+b-1=-3$
$x=-1$ 代入	$17$	$a+b=-2$
$(-1)^2 - (-1) - 3 = c$		$a-b-1=3$
$1+1-3=c$		$a-b=4$
$c=-1$		$a=1$
		$b=-3$
		$c=-1$

(2) 恒等式  $\frac{4x-7}{(x+2)(2x-1)} = \frac{a}{x+2} + \frac{b}{2x-1}$  が成立するときの  $a, b$

左辺 =  $\frac{a(2x-1) + b(x+2)}{(x+2)(2x-1)}$

$$\begin{cases} 2a+b=4 \\ -a+2b=-7 \end{cases} \textcircled{2}$$

恒等式

$$4x-7 = a(2x-1) + b(x+2)$$

$$= (2a+b)x - a + 2b$$

$$\begin{cases} b=-2 \\ a=3 \end{cases}$$

(3) 方程式  $x^2 + 5x + a = 0$  が重解をもつときの  $a$

判別式  $D = 5^2 - 4 \times 1 \times a = 0$

$$25 - 4a = 0$$

$$a = \frac{25}{4}$$

6 次の2次方程式を解け。(12点) (答)

(1)  $x^2 + x + 1 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(2)  $3x^2 + 6x + 5 = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 15}}{3}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}i}{3}$$

(3)  $3x^2 + 2 = 0$

$$3x^2 = -2$$

$$x^2 = -\frac{2}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{2}{3}} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}i$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}i$$

(4)  $x^2 = -3$

$$x = \pm \sqrt{3}i$$

± 扱いは 0...

7 次の2次方程式の解の和と積を求めよ。(9点) (答)

(1)  $2x^2 + 3x - 7 = 0$

和:  $-\frac{3}{2}$ , 積  $-\frac{7}{2} = -\frac{7}{2}$  (完解)

(2)  $3x^2 - x = 0$

和:  $-\frac{-1}{3} = \frac{1}{3}$ , 積  $= \frac{0}{3} = 0$

(3)  $4x^2 + 1 = 0$

和:  $-\frac{0}{4} = 0$ , 積  $\frac{1}{4}$

8 和が -7, 積が 11 になる 2 数を求めよ。(4点)

求める 2 数を  $\alpha, \beta$  とおく

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -7 = -\frac{7}{1} \\ \alpha\beta = 11 = \frac{11}{1} \end{cases}$$

$a=1, b=7, c=11$  の方程式

解は  $x^2 + 7x + 11 = 0$

$$\alpha, \beta = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 44}}{2}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{5}}{2}$$

9 次の2次方程式の解を  $\alpha, \beta$  とする。

(ア)  $\alpha^2 + \beta^2$  と (イ)  $\alpha^3 + \beta^3$  の値を求めよ。(12点) (答)

(1)  $x^2 - 5x + 4 = 0$

(ア)  $(x-1)(x-4) = 0$

$$x = 1, 4$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1^2 + 4^2$$

$$= 1 + 16 = 17$$

(イ)

$$\alpha^3 + \beta^3 = 1^3 + 4^3$$

$$= 1 + 64 = 65$$

(2)  $x^2 - 5x - 4 = 0$

(ア)

$$\alpha + \beta = -\frac{-5}{1} = 5$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= 5^2 - 2 \times (-4)$$

$$= 25 + 8 = 33$$

$$\alpha\beta = -4$$

(イ)

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 5^3 - 3 \times (-4) \times 5$$

$$= 125 + 60 = 185$$

10 次の展開式における [ ] 内の係数を求めよ。(6点)

(1)  $(x+1)^7$  [ $x^4$ ] (答)

パスカルの三角形

7段目 左から 4番目に注目

$${}^7C_3 \cdot x^4 \cdot 1^3$$

$$= \frac{7!}{3!4!} x^4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} x^4$$

$$= 35x^4$$

$$\underline{35}$$

(2)  $(3x^2 + 2y)^5$  [ $x^4y^3$ ]

パスカルの三角形

5段目 左から 4番目

$${}^5C_3 (3x^2)^2 (2y)^3$$

$$= \frac{5!}{3!2!} \cdot 3^2 \cdot 2^3 x^4 y^3$$

$$= \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot 3^2 \cdot 2^3 x^4 y^3$$

$$= 720 x^4 y^3$$

$$\underline{720}$$

① 2 点 A : (1, 2), B : (4, 3) について次の点の座標を求めよ。(26 点)

② (1) 線分 AB を 2:1 に内分する点

$$\left( \frac{1+2 \cdot 4}{2+1}, \frac{2+2 \cdot 3}{2+1} \right)$$

$$\left( \frac{9}{3}, \frac{8}{3} \right) \quad \text{よって} \quad \left( 3, \frac{8}{3} \right)$$

② (2) 線分 AB を 1:2 に内分する点

$$\left( \frac{2+1 \cdot 4}{1+2}, \frac{4+1 \cdot 3}{1+2} \right)$$

$$\left( \frac{6}{3}, \frac{7}{3} \right) \quad \text{よって} \quad \left( 2, \frac{7}{3} \right)$$

② (3) 線分 AB を 3:2 に外分する点

$$\left( \frac{-2+12}{3-2}, \frac{-4+9}{3-2} \right)$$

$$(10, 5)$$

② (4) 線分 AB を 2:3 に外分する点

$$\left( \frac{3-8}{-2+3}, \frac{6-6}{-2+3} \right)$$

$$(-5, 0)$$

④ (5) 2 直線  $2x - y - 3 = 0 \dots \textcircled{1}$ ,  $x + 2y - 4 = 0 \dots \textcircled{2}$  の交点

$$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2} \times 1 \text{ を } \textcircled{1}$$

$$4x - 2y = 6$$

$$+ ) x + 2y - 4 = 0$$

$$5x - 4 = 6$$

$$x = 2$$

$$x = 2 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入}$$

$$4 - y - 3 = 0$$

$$y = 1$$

$$(2, 1)$$

④ (6) 円  $x^2 + y^2 = 2 \dots \textcircled{1}$  と直線  $x - y = 2 \dots \textcircled{2}$  の交点

$$\textcircled{2} \text{ より } x - y = 2$$

$$y = x - 2 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入}$$

$$x^2 + (x - 2)^2 = 2$$

$$x^2 + x^2 - 4x + 4 - 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$2(x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \text{ を } \textcircled{3} \text{ に代入}$$

$$y = 1 - 2 = -1$$

$$(1, -1)$$

④ (7) 2 円  $x^2 + y^2 - 10 = 0$ ,  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  の交点

$$x^2 + y^2 - 10 = 0$$

$$- ) x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

$$4x + 2y - 10 = 0$$

$$2x + y - 5 = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$y = -2x + 5 \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{ を } x^2 + y^2 - 10 = 0 \text{ に代入}$$

$$x^2 + (-2x + 5)^2 - 10 = 0$$

$$x^2 + 4x^2 - 20x + 25 - 10 = 0$$

$$5x^2 - 20x + 15 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

$$x = 1, 3$$

$$(1, 3)$$

$$(3, -1)$$

② 次の条件を満たす円の中心と半径を求めよ。(5 点)

② (1)  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$

中心  $(-2, 3)$  半径 2

② (2)  $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 3 = 0$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 3 + 9 + 4$$

$$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$$

中心  $(-3, 2)$  半径 4

③ 次の条件を満たす円の式を求めよ。(15 点)

④ (1) 中心  $(4, -3)$  で  $x$  軸に接する円

$x$  軸に接するので半径は  $y$  座標の絶対値

$$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$$

⑤ (2) 2 点  $(-5, 1)$ ,  $(3, 7)$  を直径の両端とする円

2 点の中心は  $\left( \frac{-5+3}{2}, \frac{1+7}{2} \right)$  より  $(-1, 4)$

2 点の距離は  $\sqrt{(-5-3)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{64+36} = 10$

よって半径は 5

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$$

⑥ (3) 3 点  $(5, 2)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(3, -2)$  を通る円

求める式を  $x^2 + y^2 + px + qy + r = 0 \dots \textcircled{1}$  とおく

① に  $(5, 2)$  を代入  $25 + 4 + 5p + 2q + r = 0 \dots \textcircled{2}$

$(-1, 0)$  を代入  $1 - p + r = 0 \dots \textcircled{3}$

$(3, -2)$  を代入  $9 + 4 + 3p - 2q + r = 0 \dots \textcircled{4}$

② + ④ を解く

$$34 + 8 + 8p + 2r = 0$$

$$21 + 4p + r = 0 \dots \textcircled{5}$$

③  $\times 4$  + ⑤ を解く

$$4 - 4p + 4r = 0$$

$$+ ) 21 + 4p + r = 0$$

$$25 + 5r = 0$$

$$r = -5$$

$r = -5$  を ⑤ に代入

$$21 + 4p - 5 = 0$$

$$4p + 16 = 0$$

$$p = -4$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 5 = 0$$

$$p = -4, r = -5$$

④ に代入

$$13 - 12 - 2q - 5 = 0$$

$$-2q - 4 = 0$$

$$q = -2$$

④ 次の条件を満たす直線の式を求めよ。(31点)

① (1) 傾き 2 で点 (1, -3) を通る直線

$$y - (-3) = 2(x - 1)$$

$$y + 3 = 2x - 2 \quad \underline{y = 2x - 5}$$

② (2) 2点 (2, 1), (3, -5) を通る直線

$$y - 1 = \frac{1 - (-5)}{2 - 3}(x - 2)$$

$$y - 1 = -6(x - 2) + 1$$

$$y = -6x + 13$$

$$y = \frac{6}{-1}(x - 2) + 1$$

③ (3)  $x^2 + y^2 = 25$  上の点 (3, -4) における円の接線

公式より  $3x - 4y = 25$  ( $y = \frac{3}{4}x - \frac{25}{4}$ )

④ (4) 直線  $4x - 2y - 30 = 0$  と垂直で点 (3, 1) を通る直線

直線の傾き 2 より  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} + 1$

求める直線の傾きは  $-\frac{1}{2}$   $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 3)$$

④ (5) x 切片  $\frac{2}{3}$ , y 切片 5 の直線

$$\frac{x}{\frac{2}{3}} + \frac{y}{5} = 1$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{5}y = 1$$

$$(y = -\frac{15}{2}x + 5)$$

④ (6) 2直線  $2x - 3y + 1 = 0, 3x + y - 2 = 0$  の交点と点 (1, -2) を通る直線

求める式は  $2x - 3y + 1 + k(3x + y - 2) = 0$  ①

① (1, -2) を代入して  $k = 9$  ①に代入

$$2 + 6 + 1 + k(3 - 2 - 2) = 0 \quad 2x - 3y + 1 + 9(3x + y - 2) = 0$$

$$\left(\frac{2}{11}, \frac{7}{11}\right) \quad k = 9 \quad 29x + 6y - 17 = 0$$

⑤ (7) (1, -7) から円  $x^2 + y^2 = 25$  に引いた接線

求める直線の傾きを  $m$  とすると  $y - (-7) = m(x - 1)$

$$y = mx - m - 7$$

$$mx - y - m - 7 = 0 \dots ① \quad (3m - 4)(4m + 3) = 0$$

題意より ①と (0, 0) の距離が 5 なのだから

$$\frac{|-m - 7|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 5$$

$$|-m - 7| = 5\sqrt{m^2 + 1}$$

$$(m + 7)^2 = 25(m^2 + 1)$$

$$m^2 + 14m + 49 = 25m^2 + 25$$

$$24m^2 - 14m - 24 = 0$$

$$12x^2 - 7x - 12 = 0$$

$$y = \frac{4}{3}x - \frac{4}{3} - 7$$

$$y = \frac{4}{3}x - \frac{25}{3}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4} - 7$$

$$y = -\frac{3}{4}x - \frac{25}{4}$$

(4, -3) ②  $3x + 4y + 25 = 0$

(-3, -4) ②  $4x - 3y - 25 = 0$

⑤ (8) 2点 A: (-1, 2), B: (3, -4) の線分 AB の垂直二等分線

A, B の中点  $(\frac{-1+3}{2}, \frac{2-4}{2})$  より (1, -1) ①

AB の傾き  $\frac{2 - (-4)}{-1 - 3} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$  ①

求める直線の傾きは  $\frac{2}{3}$  ①

$$y - (-1) = \frac{2}{3}(x - 1)$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - 1 \quad \underline{y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}}$$

⑤ 直線  $x + 2y + k = 0$  と円  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$  について次の問いに答えよ。(13点)  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 3^2$

③ (1) 円の中心 P と半径を求めよ。(答えのみ)

中心 P: (2, -1) 半径 3

④ (2)  $k = 3$  のとき点 C と直線の距離を求めよ。

$x + 2y + 3 = 0$  と (2, -1) の距離

$$\frac{|2 - 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{5}\sqrt{5}$$

⑥ (3) 直線が円を切り取る線分の長さが 4 のときの k の値を求めよ。

$x + 2y + k = 0$  と P: (2, -1) の距離

$$\frac{|2 - 2 + k|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

三平方の定理より  $PH^2 = \frac{|k|^2}{5} = 9 - 4 = 5$

PH = 3

AP = 3

PH =  $\frac{|k|}{\sqrt{5}}$

AH = 2

直線と円の交点の1つを A とおく  $|k| = 25$

$k = \pm 5$

⑥ 次の問いに答えよ。(10点)

③ (1) データ 5, 4, 6, 5, 8, 1, 1, 10, 6, 5, 4, 8, 3 の中央値を求めよ。

順に並べて 1, 1, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 8, 8, 10

中央値 5

③ (2) データ 6, 3, 6, 7, 0, 2, 5, 4 の第一四分位数を求めよ。

順に並べて 0, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7

Q<sub>1</sub> =  $\frac{2+3}{2} = 2.5$

④ (3) データ 10, 4, 2, 3, 4, 4, 2, 10, 6, 5, 1, 8, 7, 6, 9 の箱ひげ図をかけ。

順に並べて 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 10

中央値 5, Q<sub>1</sub> = 3, Q<sub>3</sub> = 8

